

DAVID MAXIMILIAN TREBING

---

# Strömung von Granulaten in Zentrifugal-Partikelrezeivern

Granular Flow in Centrifugal Particle Receivers

---

λογος



# Strömung von Granulaten in Zentrifugal-Partikelreceivern

## Granular Flow in Centrifugal Particle Receivers

Von der Fakultät für Maschinenwesen der Rheinisch-Westfälischen Technischen  
Hochschule Aachen zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der  
Ingenieurwissenschaften genehmigte Dissertation

vorgelegt von

David Maximilian Trebing

Berichter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Bernhard Hoffschmidt  
Univ.-Prof. Dr. rer. nat. habil. André Dietrich Thess

Tag der mündlichen Prüfung: 20.11.2019

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Universitätsbibliothek online  
verfügbar.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Copyright Logos Verlag Berlin GmbH 2020

Alle Rechte vorbehalten.

D 82 (Diss. RWTH Aachen University, 2019)

ISBN 978-3-8325-5041-7



Logos Verlag Berlin GmbH  
Comeniushof, Gubener Str. 47,  
D-10243 Berlin  
Germany

Tel.: +49 (0)30 / 42 85 10 90  
Fax: +49 (0)30 / 42 85 10 92  
<http://www.logos-verlag.de>

David Maximilian Trebing

# Strömung von Granulaten in Zentrifugal-Partikelrezeivern

Granular Flow in Centrifugal Particle Receivers

Logos Verlag Berlin





## Kurzfassung

Zentrifugal-Partikelreceiver stellen eine neuartige Komponente für die konzentrierende solare Energiegestehung (CSP) dar. Sie werden in punktfokussierenden CSP-Kraftwerken eingesetzt und gehören – im Gegensatz zu den bereits im Markt befindlichen indirekt absorbierenden Rohrreceivern – der Gruppe der direktabsorbierenden Receiver an. Als Wärmeträgermedium wird hierbei Granulat genutzt, wie beispielsweise Bauxit-Proppants. Bauxit als Wärmeträgermedium ermöglicht höhere Prozesswirkungsgrade aufgrund von höheren Anwendungstemperaturen als in aktuell kommerziell eingesetzten, indirekt absorbierenden Systemen. Gleichzeitig ist Bauxit-Granulat als Wärmespeichermedium einsetzbar, da es besonders kostengünstig ist.

Das Potential des Zentrifugal-Partikelreceiver wurde bereits erfolgreich in einem 15kWth Laborreceiver am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR) bewiesen. Darauf aufbauend verfolgt diese Arbeit das Ziel, die Strömungsmechanik von fließenden Granulaten zu modellieren. Es werden zwei Modellansätze hergeleitet. Beide beruhen auf der Modellierung des Granulatflusses als Kontinuum. Zum einen wird ein Ansatz verfolgt in welchem das Granulat mittels lokaler Rheologie beschrieben wird und zum anderen wird ein rein empirischer Ansatz entwickelt.

Um die Modelle zu bewerten, werden Versuche in einem Laborreceiver durchgeführt und die Partikelbewegung mittels *particle tracking velocimetry* (PTV) vermessen.

Das Modell basierend auf lokaler Rheologie steht in guter Übereinstimmung mit den Messungen aus dem Laborreceiver. Im Vergleich zum empirischen Modell ermöglicht es eine wesentlich detailliertere Beschreibung der Strömungsmechanik. Es bietet somit die Möglichkeit, das Fließverhalten von kommerziellen Zentrifugal-Partikelreceivern zu beschreiben. Das empirische Modell ist hierzu nicht in der Lage.

Schlagwörter: Zentrifugal-Partikelreceiver, Partikelreceiver, direkt absorbierende Receiver, konzentrierende solare Energiegestehung, Granulare Strömungsmechanik, *particle tracking velocimetry*





## **Abstract**

Centrifugal particle receivers (CentRec) are a newly invented component for concentrated solar power (CSP) plants. They are used in point focus CSP plants and are a subtype of directly absorbing receivers. Granulates are used as heat transfer medium. In this case bauxite proppants are used. In comparison to current commercial CSP plants, bauxite proppants allow higher system efficiency due to higher process temperatures. Due to its low price bauxite is directly usable as heat storage medium.

The potential use of CentRec technology has first been shown at a 15kWth scale receiver at the German Aerospace Centre (DLR). Based on this result, this thesis aims at modelling fluid dynamics for the used granulate. Two approaches are used. Both try to model granular flow as a continuum. First a model based on local rheology is considered. Second a model based on empirical observations is developed as a reference.

A custom particle tracking velocimetry method is used to validate both models within a small scale CentRec prototype.

The local rheology model shows good agreement with measurements taken via PTV. In comparison to the empirical model it is possible to have detailed insight into the local fluid dynamics. Furthermore the detailed model seems to be able to model commercial scale receivers, which the empirical model does not.

Keywords: centrifugal particle receiver, particle receiver, direct absorption receiver, concentrated solar power, granular flow, particle tracking velocimetry

*Essentially,  
all models are wrong,  
but some are useful.  
George Box*

## **Vorwort**

Dieses Schriftstück bildet den Abschluss meiner Forschung am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt in Stuttgart, am Institut für Solarforschung. Mein besonderer Dank gilt Professor Dr. Bernhard Hoffschmidt für die Betreuung dieser Arbeit. Außerdem möchte ich Professor Dr. Robert Pitz-Paal danken. Beide waren unentbehrlich in der Leitung meiner Arbeit und ihre Anregungen und Kritik stets hilfreich. Gleichzeitig gilt mein Dank Professor Dr. Thess vom Institut für Technische Thermodynamik am DLR für sein Zweitgutachten.

Dr. Reiner Buck danke ich für die Möglichkeit unter seiner fachlichen Betreuung forschen zu dürfen und von seiner Erfahrung profitieren zu können. Bei Ralf Uhlig möchte ich mich insbesondere für seine ehrliche und konstruktive Hilfe bedanken. Allen Kollegen am DLR gilt ebenfalls mein Dank für eine einmalige Arbeitsatmosphäre; namentlich Andreas Krause für seine technische Unterstützung und Philipp Bartsch als Diskussionspartner rund um Partikel.

Dr. Andreas Fritsch danke ich für die Vielzahl an heftigen und fruchtbaren Diskussionen und für seinen handwerklichen Beitrag zu meiner Arbeit. Ich möchte den Studenten, welche ich betreuen durfte, für Ihre tatkräftige Unterstützung danken. Allen voran Jascha Schmitt, welcher der Grund ist, dass überhaupt Partikel fließen konnten und alles so reibungsarm von Statten ging.

Schließlich gilt mein herzlicher Dank Mutti, Vatter und Zandra. Eure tägliche Unterstützung hat dies hier erst möglich gemacht. Ihr seid die Besten.

Stuttgart, 18.01.2020

David Maximilian Trebing



## **Inhaltsverzeichnis**

<b>Kurzfassung .....</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>v</b>
<b>Vorwort .....</b>	<b>vii</b>
<b>Inhaltsverzeichnis.....</b>	<b>ix</b>
<b>Abbildungsverzeichnis.....</b>	<b>xiii</b>
<b>Tabellenverzeichnis.....</b>	<b>xv</b>
<b>Nomenklatur .....</b>	<b>xvii</b>
<b>1 Motivation und Zielsetzung.....</b>	<b>1</b>
<b>2 Stand der Technik .....</b>	<b>5</b>
2.1 Fallfilmreceiver .....	5
2.2 Zentrifugal-Partikelreceiver .....	6
2.3 Granulate .....	8
2.3.1 Granulat nahe der Fließgrenze.....	10
2.4 Fließende Granulate .....	12
2.4.1 Fluss über geneigte Flächen .....	12
2.4.2 Fluss in Schüttungen.....	14
2.4.3 Einfluss der Erdbeschleunigung .....	16
2.4.4 Modell der lokalen Rheologie .....	19
2.5 Particle Tracking Velocimetry .....	23
2.5.1 Kameramodell.....	24
2.5.2 Bilderkennung.....	28
2.5.3 Räumliche Zuordnung .....	29
2.5.4 Zeitliche Zuordnung .....	31

<b>3</b>	<b>Voruntersuchungen.....</b>	<b>33</b>
3.1	Materialeigenschaften .....	33
3.2	Laborreceiver .....	35
3.3	Beschleunigungszustand .....	37
3.4	Zur Normierung des charakteristischen Volumenstroms .....	42
3.5	Skaleneffekte.....	43
3.6	Kritischer Volumenstrom.....	44
3.7	Betriebsparameter .....	45
<b>4</b>	<b>Modell.....</b>	<b>51</b>
4.1	Geometrie der Filmoberfläche .....	51
4.2	Modell mittels lokaler Rheologie.....	57
4.2.1	Messung der Modellparameter .....	59
4.2.2	Modellanpassung für Flusssand .....	62
4.3	Empirisches Referenzmodell .....	63
<b>5</b>	<b>Particle Tracking Velocimetry.....</b>	<b>65</b>
5.1	Tracerpartikel .....	65
5.2	Aufbau.....	66
5.3	Intrinsische Parameter.....	69
5.4	Extrinsische Parameter.....	71
5.5	Bestimmung der Rotationsachse.....	73
5.6	Bildauswertung .....	77
5.6.1	Bestimmen der Bildpunkte.....	77
5.6.2	Bestimmen der Raumpunkte .....	79
5.6.3	Bestimmen der Tracks.....	81
5.7	Fehleranalyse .....	85
5.7.1	Geschwindigkeitsfehler.....	85
5.7.2	Positionsfehler .....	88
5.7.3	Fehler im Volumenstrom.....	90

<b>6</b>	<b>Fließverhalten .....</b>	<b>91</b>
6.1	Filmoberfläche .....	91
6.2	Oberflächengeschwindigkeit.....	94
6.3	Empirisches Modell.....	97
6.4	Scherbewegung an der Oberfläche.....	99
6.5	Modell lokaler Rheologie.....	101
6.6	Vergleich beider Modelle.....	103
6.7	Geschwindigkeitsprofil .....	105
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung .....</b>	<b>107</b>
<b>8</b>	<b>Ausblick .....</b>	<b>109</b>
	<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>111</b>
	<b>Anhang A – Herleitung zu Kapitel 3.7 .....</b>	<b>117</b>
	<b>Anhang B – Herleitung zu Kapitel 4.1 .....</b>	<b>119</b>
	<b>Anhang C – Herleitung zu Kapitel 4.2 .....</b>	<b>121</b>
	<b>Anhang D – Ergebnisse zu Kapitel 6.5 .....</b>	<b>123</b>





## Abbildungsverzeichnis

1-1 Schema eines CSP Turm-Kraftwerkes .....	2
1-2 Crescent Dunes Kraftwerk.....	3
2-1 Prinzip Schaubild eines Fallfilmreceivers .....	5
2-2 Prinzip Schaubild eines CentRec Receivers .....	6
2-3 typische gravitationsgetriebene Fließzustände .....	9
2-4 Unterschiedliche Methoden zur Messung des Schüttwinkels .....	10
2-5 Mohr Kreis für kohäsionsloses Material.....	11
2-6 Start- (○) und Stop-Bedingungen (●) für einphasige Filme .....	13
2-7 kritischer Volumenstrom in zweiphasigen Schüttungen .....	15
2-8 Geschwindigkeitsverlauf über Filmtiefe in zweiphasigen Schüttungen.....	16
2-9 Kritische Drehzahl in Trommeln bei erhöhter Gravitation .....	17
2-10 Kräftegleichgewicht am Kontrollvolumen in zweiphasigen Filmen.....	21
2-11 Lochkameramodell .....	25
2-12 Bildsegmentierung .....	29
2-13 Epipolargeometrie.....	30
2-14 Tracking Algorithmen.....	32
3-1 Laborreceiver .....	35
3-2 Verteiler in flacher Bauweise .....	36
3-3 Messgenauigkeit der Massenstrommessung.....	37
3-4 Koordinatensysteme.....	38
3-5 Beschleunigungszustand bei geneigten Receivern .....	41
3-6 charakteristischer Volumenstrom je nach Bezugsradius .....	43
3-7 kritischer Volumenstrom für genutztes Material.....	44
3-8 Charakteristischer Volumenstrom von CentRec .....	48
4-1 Filmgeometrie bei konstantem Fließwinkel .....	52
4-2 Filmverlauf über Receiverhöhe .....	54
4-3 Kräftegleichgewicht am Ringvolumen .....	57
4-4 Messung der Stop-Bedingung am SG05 Granulat.....	60
4-5 Messgrößen und Modellparameter im empirischen Ansatz .....	63

5-1 Genutzte Granulate mit Tracerpartikel.....	65
5-2 Schema des Kamerasystems.....	67
5-3 Schema des Kamerakopfes.....	68
5-4 Kalibrationsbild.....	69
5-5 Extrinsische Parameter der Bildsensoren.....	72
5-6 Sichtfeld der Sensorköpfe.....	72
5-7 Kalibration der Rotationsachse im Kamerakoordinatensystem.....	74
5-8 Auswirkung von Fehlern bei der Bestimmung der Rotationsachse.....	75
5-9 Systematischer Fehler in der Rotationsachsenkalibration.....	76
5-10 Flussdiagramm zur Bildauswertung.....	77
5-11 Verdeckung von Tracer.....	78
5-12 Verdeckte Tracer aus verschiedenen Blickwinkeln.....	78
5-13 Epipolarsuche bei vier Bildsensoren.....	79
5-14 Möglicher Fehler bei der räumlichen Zuordnung.....	81
5-15 Tracking bei zu hohem Versatz.....	82
5-16 Gemessene Geschwindigkeit über Framenummer bei Lawinen.....	83
5-17 Tracklänge bei hoher Geschwindigkeit.....	84
5-18 planes regelmäßiges Target.....	86
5-19 Histogramm der gemessenen Abstände im idealen Target.....	86
5-20 Drift der Fitparameter bei Kalibration der Rotationsachse.....	89
6-1 Verteilung der Messungen bei fließenden Filmen.....	92
6-2 Verteilung der Messungen bei stehenden Filmen.....	92
6-3 Ausreißer.....	93
6-4 Oberflächengeschwindigkeit über der Zeit.....	94
6-5 gemessene Oberflächengeschwindigkeit über Radius und Volumenstrom...	96
6-6 dimensionslose Oberflächengeschwindigkeit.....	96
6-7 Schergeschwindigkeit nach (4-17) für Messungen im Laborreceiver.....	97
6-8 Filmdicke nach empirischem Modell.....	98
6-9 Scherbewegung auf der Filmoberfläche.....	99
6-10 Messungen der Scherbewegung.....	100
6-11 Vergleich Messdaten und Modell.....	102
6-12 Vergleich beider Modelle für den Laborreceiver.....	105
6-13 Vergleich beider Modelle für große Receiver.....	106

## **Tabellenverzeichnis**

Tabelle 2-1: Modellparameter für Glasperlen und Flusssand.....	14
Tabelle 3-1: Materialeigenschaften.....	34
Tabelle 4-1: abgeschätzte und tatsächliche Drehzahl im Laborreceiver .....	55
Tabelle 4-2: gemessene Modellparameter für SG10 und SG05 .....	61
Tabelle 5-1: Details der VRmagic Bildsensoren.....	68
Tabelle 5-2: Intrinsische Parameter .....	70
Tabelle 5-3: Extrinsische Parameter des Sensoren .....	73
Tabelle 5-4: Messergebnisse am idealen Target.....	87
Tabelle 5-5: Fehlerkomponenten bei Geschwindigkeitsmessung.....	88
Tabelle 6-1: Modellparameter an Messungen gefittet .....	103



## Nomenklatur

$a_{\text{eff}}$	[m/s <sup>2</sup> ]	effektive Beschleunigung; siehe Kapitel 3.3
$c$	[N/m <sup>2</sup> ]	Kohäsionskoeffizient (Coulomb Kriterium)
$c_p$	[J/kgK]	spezifische Wärmekapazität
$c_x, c_y$	[px]	Hauptpunkte; siehe Kapitel 2.5.1
$d$	[m]	(median) Partikeldurchmesser
$f$	[Hz]	Frequenz
$f_x, f_y$	[px]	Fokallängen; siehe Kapitel 2.5.1
$g$	[m/s <sup>2</sup> ]	Gravitationskonstante
$h$	[m]	Filmdicke (für ebene Filme)
$k$	[-]	Verzerrungskoeffizient; siehe Kapitel 2.5.1
$m$	[kg]	Masse
$\dot{m}$	[kg/s]	Massenstrom
$n$	[N/m <sup>2</sup> ]	Normalspannung (Coulomb Kriterium)
$\vec{p}$	[px]	Bildpunkte; siehe Kapitel 2.5.1
$\dot{q}''_{\text{ap}}$	[W/m <sup>2</sup> ]	Einstrahldichte in der Apertur
$r$	[m]	Radius
$r_0$	[m]	Oberflächenradius (für zylindrische Filme)
$r_\infty$	[m]	Grenzradius; siehe Kapitel 4.1
$\Delta r$	[m]	Filmtiefe (für zylindrische Filme)
$\Delta r_f$	[m]	Filmdicke bzw. Tiefe des Fußpunktes (für zylindrische Filme)
$t$	[N/m <sup>2</sup> ]	Scherspannung (Coulomb Kriterium)
$t$	[s]	Zeit
$v$	[m/s]	Geschwindigkeit
$v_0$	[m/s]	Oberflächengeschwindigkeit

## Nomenklatur

---

$\vec{x}$	[-]	Koordinate im kamerafesten Koordinatensystem; siehe Kapitel 2.5.1
$\vec{x}'$	[-]	verzerrte Koordinate im kamerafesten Koordinatensystem; siehe Kapitel 2.5.1
$z$	[m]	Filmtiefe (für ebene Filme)
$Fr$	[-]	Froude-Zahl
$Fr_0$	[-]	Froude-Zahl an der Oberfläche
$H$	[m]	Höhenposition im Receiver; siehe Kapitel 3.3
$I$	[-]	Inertial-Zahl; siehe Kapitel 2.4.4
$I_0$	[-]	Modellparameter; siehe Kapitel 2.4.4
$J$		Jakobimatrix
$R$		Rotationsmatrix; siehe Kapitel 2.5.1
$T$		Translationsmatrix; siehe Kapitel 2.5.1
$L_0$	[m]	Modellparameter; siehe Kapitel 2.4.1
$P$	[Pa]	Druck
$P_{th}$	[W]	thermische Leistung
$Q$	[-]	charakteristischer Volumenstrom; siehe Kapitel 2.4
$Q_{krit}$	[-]	kritischer, charakteristischer Volumenstrom; siehe Kapitel 2.4 und 3.6
$W$	[m]	Kanalbreite
$\vec{X}$	[m]	Koordinate im Weltkoordinatensystem; siehe Kapitel 2.5.1
$\alpha$	[-]	Neigungswinkel der Rotationsachse; siehe Kapitel 3.3
$\beta, \beta_0, \beta_1$	[-]	Geschwindigkeitsbeiwerte; siehe Kapitel 2.4.4
$\gamma$	[-]	Winkel der Scherebene (Mohrscher Spannungskreis)
$\dot{\gamma}$	[1/s]	Schergeschwindigkeit
$\dot{\gamma}_{fix}$	[1/s]	fixierte Schergeschwindigkeit; siehe Kapitel 4.3
$\delta$	[-]	Reibwinkel

---

$\epsilon$		abosulter Fehler
$\varepsilon$		relativer Fehler
$\eta$	[-]	thermischer Wirkungsgrad, siehe Kapitel 2.1
$\theta$	[-]	Schütt- oder Fließwinkel
$\vartheta$	[K]	Temperatur
$\mu$	[-]	Reibwert
$\mu_1, \mu_2$	[-]	Modellparameter; siehe Kapitel 2.4.4
$\mu_W$	[-]	Wandreibwert; siehe Kapitel 2.4.4
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	(Schütt-)Dichte des Granulates
$\rho_p$	[kg/m <sup>3</sup> ]	(Rein-)Dichte des Partikels
$\xi$	[-]	Leistungsfaktor; siehe Kapitel 2.1
$\sigma$	[N/m <sup>2</sup> ]	mittlere Normalspannung (Mohscher Spannungskreis)
$\sigma$		Standardabweichung
$\tau$	[N/m <sup>2</sup> ]	deviatorische Spannung (Mohrscher Spannungskreis)
$\varphi$	[-]	Azimet-Winkel
$\phi$	[-]	Volumenanteil bzw. Dichteverhältnis $\rho/\rho_p$
$\phi_c, \phi_m$	[-]	Modellparameter; siehe Kapitel 2.4.4
$\omega$	[1/s]	Winkelgeschwindigkeit
$\Omega$	[-]	Winkelposition
$\Delta$		Residuum

**Akzente**

$\langle \rangle$  Mittelwert, Erwartungswert

### **Abkürzungen**

CentRec centrifugal particle receiver, Zentrifugal-Partikelreceiver

CSP concentrated solar power

DAR direktabsorbierender Receiver

DLR Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt

PIV particle image velocimetry

PTV particle tracking velocimetry

WTM Wärmeträgermedium



## **1 Motivation und Zielsetzung**

Mit der industriellen Revolution kam die Dampfmaschine, und mit ihr der Bedarf nach Prozesswärme. Mit der Elektrifizierung im Ende des 19. Jahrhundert entstand zudem der Bedarf nach Strom. Seitdem ist der weltweite Bedarf stetig gestiegen. Die [OECD/IEA 2016] verzeichnet für das Jahr 2014 einen 2,2-fachen, weltweiten Primärenergieverbrauch gegenüber dem Jahr 1971. Die Bereitstellung dieser Energieformen erfolgt überwiegend durch fossile Energieträger wie Kohle oder Öl. Alternativ könnte ein großer Teil des Energiebedarfs auch durch solare Systeme gedeckt werden.

### **Potential solarer Einstrahlung**

Es bieten sich verschiedene Möglichkeiten an, solare Einstrahlung zu nutzen. Die vermutlich bekannteste Möglichkeit sind Photovoltaikanlagen, in welchen die Einstrahlung direkt in Strom umgewandelt wird. Parallel dazu kann durch solarthermische Anlagen die eintreffende Strahlung zunächst in Wärme umgewandelt werden. Für Anwendungen bei vergleichsweise niedrigen Temperaturen ist es hierbei ausreichend Flachkollektoren einzusetzen. Hiermit ist es beispielsweise möglich einen Haushalt mit Warmwasser zu versorgen.

Solarthermie kann ebenfalls genutzt werden um mittels eines Wärme-Kraft-Prozesses elektrischen Strom zu gewinnen. Für ideale Wärme-Kraft-Prozesse kann die Effizienz des Systems mittels des Carnot-Wirkungsgrades abgeschätzt werden: Je größer das Verhältnis zwischen oberer und unterer Prozess-temperatur, umso effizienter ist der entsprechende Prozess. Mittels Flachkollektoren ist demnach kein effizienter Wärme-Kraft-Prozess umsetzbar, da mit diesen nur geringe Anwendungstemperaturen erreicht werden können. Um dies zu verbessern bieten sich zwei grundlegende Methoden an: Erstens kann durch Konzentration die Einstrahlung „aufgewertet“ werden. Zweitens kann der Absorber mittels selektiver Absorption dazu verändert werden, weniger Verluststrahlung zu emittieren.

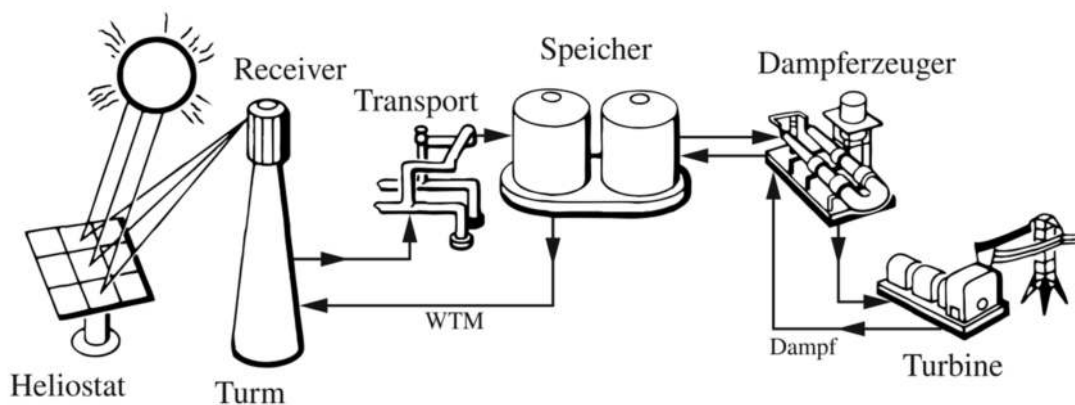
### **Konzentrierende Solarthermische Energiegestehung**

Konzentrierende, solarthermische Systeme (CSP) verfolgen zunächst das Ziel die Einstrahlung wie oben beschrieben „aufzuwerten“. Sie nutzen Spiegel um die eintreffende Strahlung auf einen Absorber zu bündeln. Eine Kombination mit selektiver Beschichtung ist je nach Anwendung ebenfalls möglich. Allerdings ist

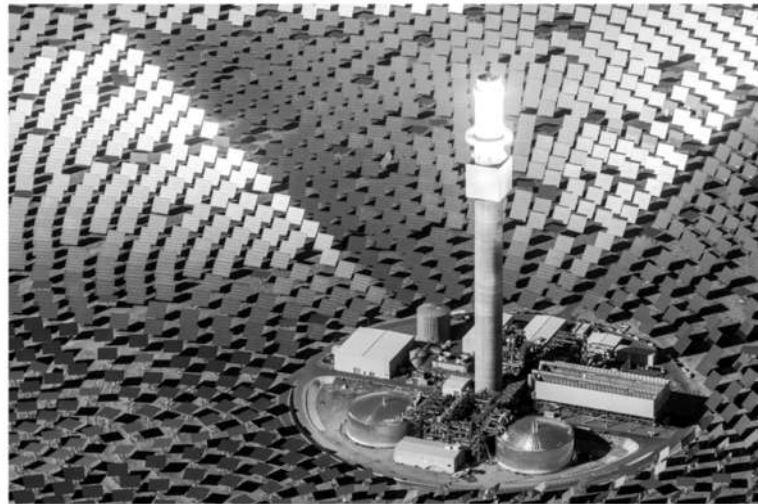
der Mehrertrag von der Absorbertemperatur abhängig. Je höher die Absorbertemperatur, desto weniger gewinnt man durch selektive Absorption.

Je nach Technologie sind konzentrierende Systeme in linienfokussierende und punktfokussierende Systeme einzuteilen. Zu den linienfokussierenden Systemen gehören beispielsweise Parabolrinnen oder Fresnelkollektoren. Dagegen fokussieren Turmkraftwerke und Dish-Systeme die Strahlung auf einen punktförmigen Absorber. Für diese punktfokussierenden Systeme errechnet [Sizmann 1989] einen exergetischen Wirkungsgrad von knapp 70 %. Allerdings weist er darauf hin, dass dieser Prozess bei „kaum materialtechnisch beherrschbaren hohen Temperatur[en]“ [Sizmann 1989] betrieben werden müsste.

Turmkraftwerke (siehe Abbildung 1-1) nutzen eine Vielzahl an Heliostaten, um Sonnenlicht auf einen Receiver zu konzentrieren. Ein Heliostat besteht im Wesentlichen aus einer Spiegelfläche, welche zweiachsig dem Sonnenstand nachgeführt wird. Der Absorber ist ein Teilsystem des Receivers. Hier wird die eintreffende Strahlungsenergie an ein Wärmeträgermedium (WTM) übergeben. Das WTM führt die Energie an einen nachgeschalteten Prozess weiter. Speicher ermöglichen es Energie unabhängig von der Sonneneinstrahlung bereitzustellen. Ein Beispiel hierfür ist das Crescent Dunes solarthermische Turmkraftwerk [SolarReserve LLC 2012] (Abbildung 1-2). Der Absorber ist hier ein externer Rohrreceiver. Als WTM wird Flüssigsalz genutzt.



1-1 Schema eines CSP Turm-Kraftwerkes; mit Dampferzeugung zur Stromerzeugung; aus [Falcone 1986].



1-2 Crescent Dunes Kraftwerk; [SolarReserve LLC 2012].

Im Fall von direktabsorbierenden Receivern (DAR) übernimmt das WTM zusätzlich die Rolle des Absorbers [Singer 2013]. Bauxit-Partikel sind ein mögliches WTM. Sie ermöglichen höhere Prozesswirkungsgrade, da sie höhere Prozess-temperaturen erlauben. Gleichzeitig sind sie als Speichermedium einsetzbar [Falcone, Noring et al. 1982; Griffin, Stahl et al. 1986]. Der bekannteste Vertreter für Partikelreceiver ist der Fallfilmreceiver [Falcone, Noring et al. 1985; Kim, Siegel et al. 2009; Röger, Amsbeck et al. 2011; Gobereit 2015]. Hierin bilden fallende Partikel eine Art Vorhang im Receiver, welcher bestrahlt wird. Eine Alternative zum Fallfilmreceiver ist der Zentrifugal-Partikelreceiver (CentRec) [Wu, Amsbeck et al. 2014]. Näheres zum Aufbau und der Funktionsweise findet sich in Kapitel 2.1.

## Zielsetzung

Um CentRec Receiver in Zukunft genauer modellieren zu können, ist es notwendig, das Fließverhalten von Granulaten in CentRec Receiver besser zu verstehen. Es fehlen noch Modellansätze, um die (thermodynamisch relevante) Strömungsmechanik zu erfassen auf die dann eine detaillierte thermodynamische Modellierung aufgebaut werden kann. Die Entwicklung eines solchen Modellansatzes zur Strömungsmechanik ist das zentrale Thema dieser Arbeit. Eine detaillierte Modellierung der Thermodynamik ist in dieser Arbeit aber nicht vorgesehen.

Je nach Betriebsparameter ist ein unterschiedliches Fließverhalten zu erwarten. Um dies genauer zu beschreiben, werden die relevanten Einflussgrößen identifiziert und ihr Einfluss auf das Betriebsverhalten sowie den fließenden Film beschrieben. Darauf aufbauend werden Modelle entwickelt, um das Geschwindigkeitsfeld im Granulatfilm vollständig zu modellieren.

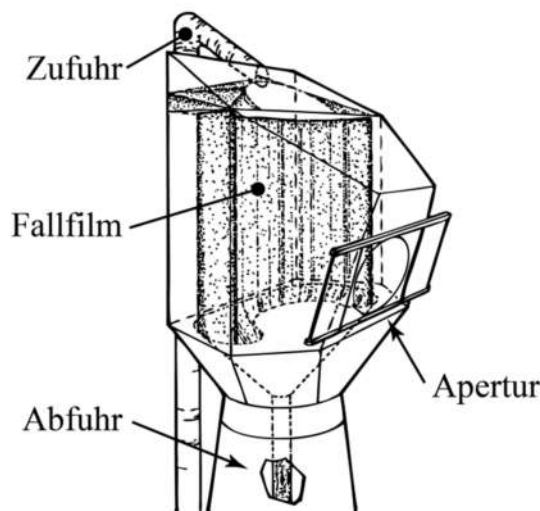
Anschließend werden die Modelle anhand von Messungen in einem Laborreceiver validiert. Hierfür wird die *particle tracking velocimetry* auf den CentRec Receiver angepasst. Um die Genauigkeit der Messtechnik abzuschätzen werden die Messungen einer Fehleranalyse unterzogen.

## 2 Stand der Technik

Zunächst wird der Stand der Technik mit Bezug auf Zentrifugal-Partikelreceiver (CentRec) betrachtet. Es folgt ein Überblick über allgemeine Eigenschaften und Phänomene von Granulaten. Darauf aufbauend werden fließende Granulate näher untersucht und ein bestehender Modellansatz mittels lokaler Rheologie beschrieben. Die später in Kapitel 4 hergeleiteten Modelle basieren auf dieser Zusammenstellung. Schließlich wird die Grundlage zum Verständnis der *particle tracking velocimetry* (PTV) beschrieben.

### 2.1 Fallfilmreceiver

Eines der ersten Konzepte zum Gebrauch von Granulat als WTM ist der Fallfilmreceiver wie der in [Falcone, Noring et al. 1985] vorgestellt wird (siehe Abbildung 2-1). Das Granulat wird über einen Verteiler in den Innenraum des Receivers geführt. Daraufhin fällt es in einem Vorhang durch den Receiver und wird am unteren Ende gesammelt und weitergeleitet. Im Betrieb tritt über die Apertur Sonneneinstrahlung in den Innenraum ein und bestrahlt den Vorhang aus Granulat. Somit nimmt das Granulat die Sonneneinstrahlung direkt auf.



2-1 Prinzip Schaubild eines Fallfilmreceivers; nach [Falcone, Noring et al. 1985]

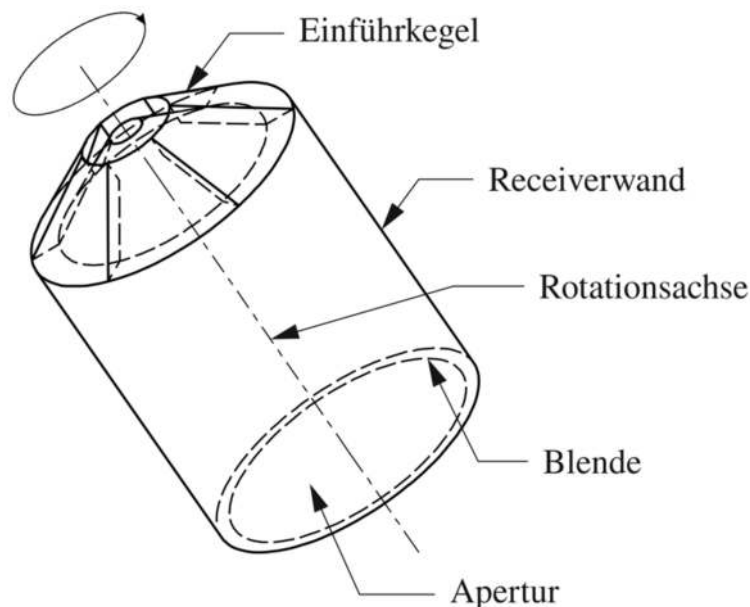
Die thermische Leistung dieser Receiver ist maßgeblich von den Eigenschaften des Granulat-Vorhanges abhängig. Entsprechende Forschung wurde durch [Gobereit 2015] vorgestellt. Da die Energieaufnahme im freien Fall stattfindet ist diese nur geringfügig steuerbar. So ist es kaum möglich einen optisch dichten Vorhang zu erreichen. Somit wird ebenfalls die Receiverinnenwand bestrahlt und

muss entsprechend konstruiert werden. Gleichzeitig ist die Verweilzeit der Partikel nicht beeinflussbar. Je nach Betriebspunkt reicht die Verweilzeit nicht aus um die gewünschte Austrittstemperatur zu erreichen. Somit ist es besonders in Teillast notwendig das Granulat mehrfach durch den Receiver zu führen.

## 2.2 Zentrifugal-Partikelreceiver

Ein Zentrifugal-Partikelreceiver besteht aus einer rotierenden Trommel, deren Rotationsachse  $90^\circ$  bis  $30^\circ$  zur Horizontalen geneigt ist (siehe Abbildung 2-2). Das Granulat wird am oberen Ende durch den Einführkegel auf die Innenseite der Trommel aufgeprägt. Dort fließt es aufgrund des Eigengewichts in Richtung Apertur. Aufgrund der Rotation entsteht zwischen Granulat und Trommel eine erhöhte Reibung, welche die Bewegung des Granulates abbremst. An der Apertur verlässt es den Receiver und wird mittels eines stehenden Sammelrings aufgefangen. Gleichzeitig dringt die konzentrierte Solarstrahlung durch den Sammelring in den Innenraum des Receivers ein. Hier wird sie direkt vom Granulat absorbiert. Untersuchungen durch [Wu 2014] zeigten einen thermischen Wirkungsgrad  $\eta$  für den Laborreceiver nach (2-1). Dieser ist über dem Leistungsfaktor  $\xi \in [0, 1]$  definiert, welcher die tatsächlich eintretende Strahlungsleistung zur Nennstrahlungsleistung ins Verhältnis setzt.

$$\eta = \frac{P_{\text{th}}}{P_{\text{solar}}} \approx 1,047 - 0,1754 \cdot \xi^{-0,7518} \quad (2-1)$$



2-2 Prinzip Schaubild eines CentRec Receivers; Das Granulat wird oben zentral zugeführt und durch die Rotation an die Innenseite der Receiverwand geführt. Dort fließt es in Richtung Apertur ab. Das Granulat verlässt den Receiver über die Apertur.

## Vergleich zu Fallfilmreceivern

Im Vergleich zum Fallfilm-Receiver bietet der CentRec Receiver den Vorteil, dass ein optisch dichter Film erzeugt wird, wodurch die gesamte solare Strahlung vom WTM aufgenommen wird. Die von [Sizmann 1989] beschriebenen „kaum materialtechnisch beherrschbaren Temperaturen“ treten in CentRec Receivern somit nur beschränkt auf. Fallfilme zeigen dagegen oftmals optisch durchlässige Filme. Dahinter liegende Bauteile werden somit ebenfalls bestrahlt und weisen gegebenenfalls hohe Temperaturen auf.

In Fallfilmreceivern ist die Aufenthaltsdauer der Partikel im Receiver durch ihre Fallgeschwindigkeit definiert. Somit ist es (insbesondere in Teillast) notwendig, das WTM zu rezirkulieren [Gobereit 2015]. Die Aufenthaltsdauer im CentRec Receiver ist hingegen höher, wodurch das WTM bereits mit einmaligem Durchlaufen des Receivers auf die Endtemperatur erhitzt werden kann. Die grundsätzliche Möglichkeit diese Technologie für CSP einzusetzen ist an einem Laborreceiver mit 15 kWth und 900 °C Auslasstemperatur demonstriert worden [Wu 2014; Wu, Amsbeck et al. 2014; Wu, Trebing et al. 2015].

## Filmeigenschaften

Da still stehende Schüttungen eine relativ schlechte Wärmeleitfähigkeit aufweisen [Schlünder & Tsotsas 1988; Baumann 2015] wurde in den Vorarbeiten [Wu 2014] stets ein sehr dünner Film von ein bis zwei Partikelschichten angestrebt. Insbesondere durch eine hohe Durchmischung im Granulat konnte somit eine nahezu homogene Temperatur erreicht werden. Außerdem wurde stets ein geschlossener Film angestrebt.

Es ergaben sich folgende Probleme: Geringfügige thermische Verformungen der Innenwand des Receivers bewirkten einen inhomogen fließenden Film. So wurde beobachtet, dass der Film eine über dem Umfang variierende Fließgeschwindigkeit aufweist. Dies beeinflusste die Thermodynamik des Receivers negativ. Es war somit eine hohe Formgenauigkeit der Trommel notwendig. Um die Konstruktion zu vereinfachen, und außerdem den Störfaktor von thermischen Verformungen zu umgehen, wurde in dieser Arbeit ein CentRec Konzept untersucht, welches einen wesentlich dickeren Film aufweist. Dadurch bildet sich ein solides Regime aus, welches etwaige Fehler oder Veränderungen der Geometrie ausgleichen kann.

[Wu 2014] stellte ebenfalls fest, dass der Massenstrom nicht kontinuierlich sondern zyklisch abfließt. Das Granulat verfestigte sich und löste sich in Lawinen ab. Dadurch wurde insbesondere eine entsprechende Variation der Auslasstempe-

ratur gemessen. Ein Betrieb bei Nenntemperatur war ohne zusätzliche Maßnahmen nicht möglich. Um ein homogenes Abfließen zu realisieren wurde zusätzliche kinetische Energie mittels Vibration in das System eingeführt. Dadurch konnte das Granulat sich nicht verfestigen. Mit dieser Maßnahme war es möglich Granulat von Raumtemperatur auf eine konstante Auslasstemperatur von 900 °C zu erhitzen.

Eine entsprechende Skalierung dieser Lösung auf kommerzielle Systeme erscheint allerdings fragwürdig. Zum einen muss davon ausgegangen werden, dass starke Vibrationen notwendig sind um zu verhindern, dass der Film in großen Receivern sich verfestigt. Diese werden wahrscheinlich entsprechende Materialermüdung provozieren. Außerdem müsste die Vibration über die Receiverwand in den Film geleitet werden. Dies würde wahrscheinlich das solide Regime destabilisieren. Daher wurde von dieser Methode abgesehen.

### 2.3 Granulate

Granulate<sup>1</sup> werden im Allgemeinen definiert als eine Menge makroskopischer, steifer Partikel, welche typischerweise größer als 0,1 mm im Durchmesser sind. Sie interagieren hauptsächlich durch Kollision und Reibung. Sie grenzen sich von Pulvern (< 0,1 mm) ab, da zusätzliche Effekte wie van der Waals Kräfte nicht berücksichtigt werden müssen [Andreotti, Forterre et al. 2012].

Granulate weisen ähnlich zu den Aggregatzuständen drei Regime auf. Zunächst können Granulate im soliden Regime auftreten, worin sie sich vergleichbar zu Festkörpern verhalten. Bei stärkerer plastischer Verformung beginnen Granulate zu fließen und verhalten sich ähnlich zu Flüssigkeiten (liquides Regime). Zuletzt weisen Granulate mit hoher Bewegungsenergie kinetische Eigenschaften von Gasen auf (gasförmiges Regime). In letzterem dominieren stoßförmige Interaktionen zwischen den Partikeln, während im liquiden Regime hauptsächlich Reibvorgänge vorliegen. Granulate in diesem Zustand werden in der Literatur auch *dense granular flow* [Andreotti, Forterre et al. 2012].

Im Gegensatz zur klassischen Festkörper- oder Fluid-Mechanik müssen für Granulate eine Vielzahl an Besonderheiten berücksichtigt werden. Die wohl bekannteste sind Lawinen<sup>2</sup>. Details hierzu werden in den Kapitel. 2.4.1 und 2.4.2 beschrieben. Als Grund hierfür wird oftmals die Größenskala zwischen dem Parti-

---

<sup>1</sup> Diese Arbeit folgt der Konvention, das einzelne Korn als „Partikel“ zu bezeichnen. Große Mengen von Partikeln, welche als Kontinuum aufgefasst werden, sind dagegen als „Granulat“ benannt.

<sup>2</sup> Eine umfangreiche Auflistung von weiteren Besonderheiten von Granulaten findet sich in [Rajchenbach 2000; Aranson & Tsimring 2006].

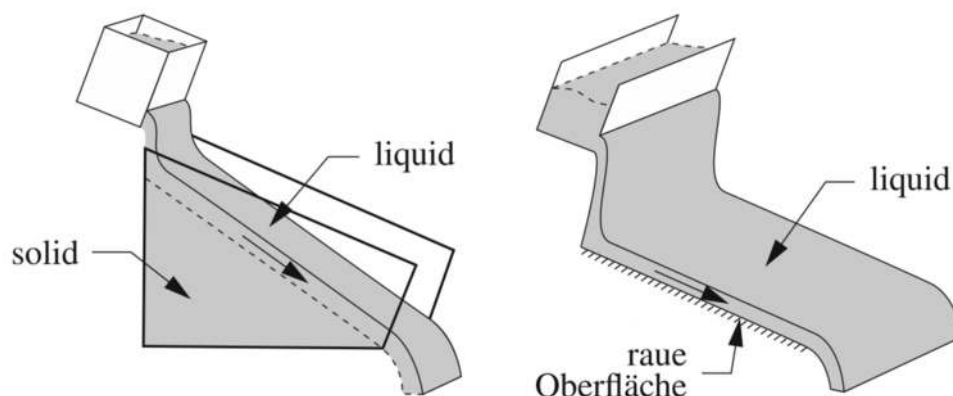


kel und dem Kontinuum genannt. In Granulaten liegen beide Größenskalen nahe beieinander oder überlappen sich sogar [Savage 1998; Rajchenbach 2000].

Als Gegenbeispiel sei die Theorie idealer Gase genannt. Darin ist die kleinste Einheit das Molekül, dessen Größenordnung gegenüber dem Kontinuum vernachlässigbar ist. Granulate, welche sich im gasförmigen Regime befinden, können entsprechend durch Theorien beschrieben werden, welche auf einer analogen (Gas-)Kinematik beruhen. In diesem Fall sind die Partikel als Molekül in einem Kontinuum fassbar. Sobald allerdings Partikel in häufigem oder ständigem Kontakt treten, ist eine solche Theorie nicht mehr anwendbar. Dies ist analog dazu, dass die ideale Gastheorie nahe der Taulinie nicht mehr anwendbar ist.

Insbesondere der Grenzbereich zwischen liquidem Regime und solidem Regime ist noch nicht ausreichend genau beschreibbar. In genau diesem Bereich befindet sich nach aktueller Entwicklung die CentRec Technologie. Für die Beschreibung des CentRec Receiver wurden keine exakten Theorien gefunden. Zwar handelt es sich um eine gravitationsgetriebene Strömung, allerdings ist die effektive Beschleunigung nicht gleich der Erdbeschleunigung. Außerdem ist der Film zirkulär, das bedeutet er fließt ohne Randeffekte, wie Seitenwände. Da im CentRec Receiver mit nicht-senkrechter Rotationsachse die effektive Beschleunigung sich periodisch ändert, sind diese ebenfalls noch nicht beschreibbar. Dies wird näher in Kapitel 3.3 untersucht.

Es liegt nahe, das Fließverhalten von bekannten Fällen auf den CentRec zu erweitern. In [G. D. R. MiDi 2004] wird ein Überblick über einige in der Wissenschaft behandelte Fälle gegeben. In Kapitel 2.4 werden die zwei relevanten Fälle beschrieben: Zum einen *Fluss in Schüttungen* (Abbildung 2-3 links) und zum anderen *Fluss über geneigten Flächen* (Abbildung 2-3 rechts). Der Fluss in rotierenden Trommeln (Abbildung 2-4 rechts) ist mit dem Fluss in Schüttungen in vielen Belangen verwandt.

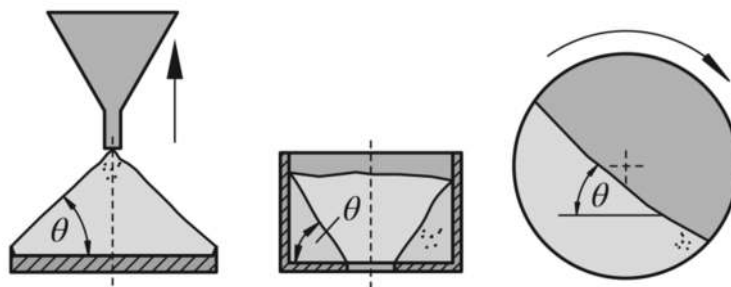


2-3 typische gravitationsgetriebene Fließzustände; links: Schüttung; rechts: geneigte Fläche; aus [Pouliquen, Cassar et al. 2006]

### 2.3.1 Granulat nahe der Fließgrenze

Eine recht einfach messbare Eigenschaft von Granulaten ist der Schüttwinkel, auch Böschungswinkel genannt (engl. *angle of repose*). Es existieren hierfür verschiedene Messmethoden, welche häufig unterschiedliche Ergebnisse liefern. Die einfachste Methode besteht im Aufschütten eines Kegels auf eine kreisrunde Grundfläche (siehe Abbildung 2-4). Alternativ kann in einem zylindrischen Behälter ein konzentrisches Loch in der Mitte der Bodenplatte geöffnet werden. Es bildet sich ein Trichter, welcher einen höheren Schüttwinkel aufweist als im ersten Fall (in manchen Fällen Auslaufwinkel genannt). Messungen an einer Schüttwand beziehungsweise in Trommeln liegen zwischen den beiden zuvor genannten Messmethoden [Schulze 2014].

Auf die Unterschiede der Schüttwinkel weisen unter anderem [Brown & Richards 1970] hin, welche explizit zwischen *poured angle of repose* und *drained angle of repose* unterscheiden. Glatte und äußerst runde Granulate weisen oftmals Schüttwinkel nahe  $25^\circ$  auf, während Schüttwinkel von Sanden zwischen  $34^\circ$  für abgerundete Körner (z.B. Flusssande) und  $45^\circ$  für kantige Körner (z.B. Bruchsand) liegen [Kleinhans, Markies et al. 2011].



2-4 Unterschiedliche Methoden zur Messung des Schüttwinkels; links: Schüttkegel; mittig: Trichter; rechts: Trommel; aus [Schulze 2014]

Der Übergang zwischen solidem und liquidem Regime wird durch die Fließgrenze beschrieben (engl.: *yield condition*, *yield criterion*, *yield function*). Coulomb hat hierfür eine Fließbedingung postuliert:

$$|t| \geq \mu \cdot n + c \quad (2-2)$$

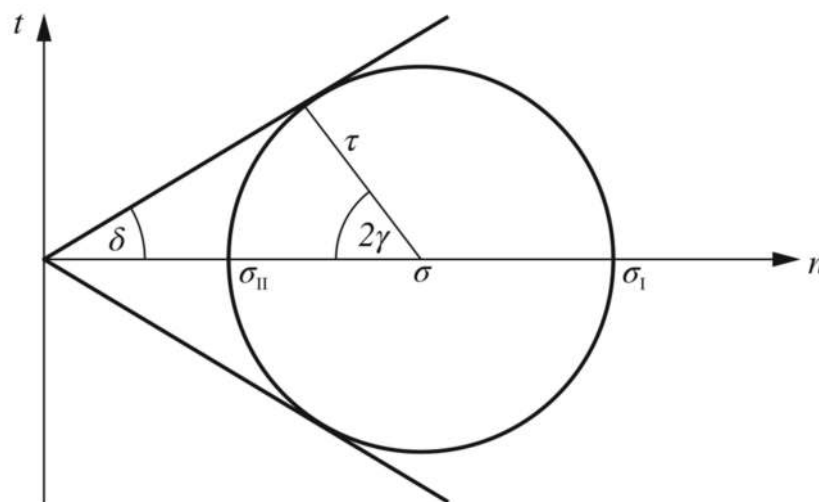
Hierbei sind  $t$  und  $n$  die Scher- bzw. Normalspannung in der Scherebene und  $\mu$  der Reibkoeffizient des Materials. Dieser wurde von Coulomb mittel des internen Reibwinkels (engl.: *internal angle of friction*) definiert:  $\mu = \tan \delta$ . Die Kohäsion des Materials wird durch  $c$  beschrieben. Da in dieser Arbeit ausschließlich mit kohäsionslosem Material gearbeitet wurde, wird im Folgenden der Faktor  $c$  ver-

nachlässigt. Für zweidimensionale Spannungszustände ist das Coulomb Kriterium anschaulich im mohrschen Spannungskreis darstellbar (siehe Abbildung 2-5).

Die Scher- und Normalspannung hängen vom Ebenenwinkel  $\gamma$  der Scherebene ab. Die hier eingeführten Variablen lassen sich mit der mittleren Normalspannung  $\sigma$  und der deviatorischen Spannung  $\tau$  in Bezug setzen [Rao & Nott 2008].

$$\begin{aligned} t &= \tau \sin(2\gamma) \\ n &= \sigma + \tau \cos(2\gamma) \end{aligned} \quad (2-3)$$

In Scherversuchen wurde festgestellt, dass Granulat nachdem es zu fließen beginnt ein transientes Fließverhalten aufweisen. Sowohl die Schüttdichte als auch die Scherspannung verändern sich über der Verformung des Granulates. Dies ist dadurch begründet, dass die vorherige Konditionierung des Granulates seine Scherfestigkeit beeinflusst. Nachdem eine gewisse plastische Verformung in das Granulat eingebracht wurde stellt sich ein stationärer Fließzustand ein, worin die Schüttdichte und Scherspannung lediglich von der Normalspannung abhängen (engl. *critical state* oder *steady state*). Es wird deshalb zwischen transientem und stationärem Fließen unterschieden werden. Messungen des internen Coulomb-Reibwinkels geben demnach nicht unbedingt Rückschluss auf das Fließverhalten in stationär fließenden Granulaten [Rao & Nott 2008; Stieß 2009; Andreotti, Forterre et al. 2012]. Es muss zwischen dem inneren Reibwinkel einer soliden Schüttung und dem inneren Reibwinkel eines stationär fließenden Granulates unterschieden werden. Letzterer wird auch als effektiver Reibwinkel nach Jenike bezeichnet [Stieß 2009]. Er bedingt außerdem den Schüttwinkel beim Erstarren eines fließenden Granulates [Andreotti, Forterre et al. 2012].



2-5 Mohr Kreis für kohäsionsloses Material; 2D Spannungszustand

## 2.4 Fließende Granulate

Eine wesentliche Einflussgröße auf das Fließverhalten von Granulaten ist der charakteristische Volumenstrom. Er ist definiert durch

$$Q = \frac{\dot{m}}{\rho_p \phi \cdot W \cdot d \sqrt{gd}} \quad (2-4)$$

Hierin bezeichnet  $W$  die Breite des Kanals, in welchem der Massenstrom  $\dot{m}$  fließt. Zur Normierung werden die Graviationsbeschleunigung  $g$ , der durchschnittliche Partikeldurchmesser  $d$ , sowie die Schüttdichte  $\rho_p \phi$  herangezogen. Je nach Fließzustand lassen sich anhand des Volumenstroms unterschiedliche Phänomene beobachten. Im Folgenden wird dies näher beschrieben.

### 2.4.1 Fluss über geneigte Flächen

Aufgrund der Beobachtung, dass der gesamte Film fließt (Abbildung 2-3 rechts), wird der *Fluss über geneigte Flächen* in dieser Arbeit *einphasig* genannt. Die Neigung der Ebene, der charakteristische Volumenstrom<sup>3</sup>, die Oberflächenrauigkeit und die Fließeigenschaften des Granulates stellen die hauptsächlichen Einflussgrößen dar. Der Granulatfilm in den Untersuchungen durch [Wu 2014] wies einen vergleichbaren Zustand auf.

Unterhalb einer minimalen Neigung fließt das Granulat niemals einphasig. Stattdessen wird sich ein zweiphasiger Film einstellen, welcher im folgenden Kapitel näher betrachtet wird. Überschreitet die Neigung der Ebene diese Grenze fließt der Film einphasig. Je nach Neigung und Volumenstrom ändert sich hierbei die Filmstärke. Für höhere Neigungen ist ein dünnerer Film zu erwarten. Für höhere Volumenströme stellt sich ein entsprechend dickerer Film ein. Für zu hohe Neigungen beschleunigt der Film in Fließrichtung. In diesem Fall ist der Film instabil und nicht mehr optisch dicht [Andreotti, Forterre et al. 2012].

Es liegen somit zwei charakteristische Neigungen der Ebene vor. Die erste grenzt den einphasigen Film vom zweiphasigen Film ab. Die zweite grenzt den stabilen Film vom instabilen Film ab. Beide charakteristischen Neigungen sind maßgeblich durch die Oberflächenrauigkeit der Ebene und die Materialeigenschaften des Granulates bestimmt. Bei glatter Oberfläche fallen beide charakteristischen Winkel zusammen. Ein stabil fließender, einphasiger Film ist hier zwar theoretisch

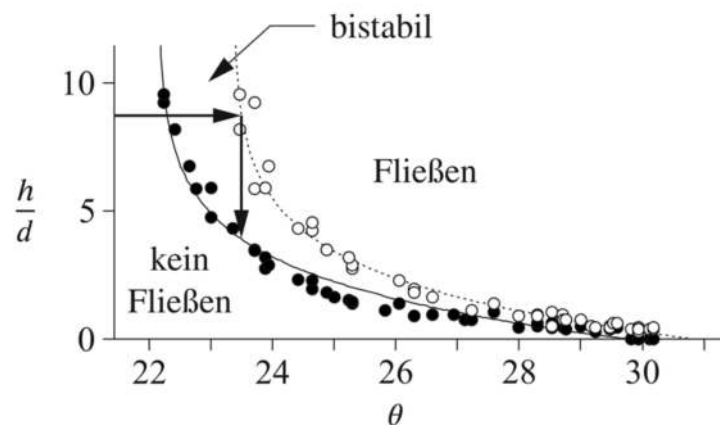
---

<sup>3</sup> Vielfach wird in der Literatur anstatt des Volumenstroms die Filmstärke genutzt um den Zustand des Films zu definieren. Mittels der mittleren Geschwindigkeit sind beide miteinander gekoppelt: Je nach Filmstärke und Neigung der Ebene stellt sich ein entsprechender Volumenstrom ein. Im stationären Fall müssen Zu- und Abfluss gleich sein, wodurch sich die Filmhöhe dem Volumenstrom anpasst.

tisch möglich, praktisch aber kaum umsetzbar, da der Winkel exakt getroffen werden muss [Pouliquen 1999]. Entsprechend wurde in [Wu 2014] die Innenseite des Receivers rau ausgelegt.

Zusätzlich zur Neigung der Ebene ist ebenfalls die Filmdicke entscheidend. Das Fließverhalten von Granulaten ist hierbei davon abhängig, ob der Film zuvor in Bewegung war oder nicht. [Pouliquen & Forterre 2002] haben dieses Verhalten im einphasigen Film näher betrachtet. Sie prägten einen Film mit definierter Dicke auf eine raue Oberfläche auf und erhöhten die Neigung der Ebene, bis der Film zu fließen begann. Sobald eine Bewegung bemerkbar war, wurde die Neigung fixiert und gewartet, bis der Film wieder aufhört zu fließen. Ihre Ergebnisse sind in Abbildung 2-6 wiedergegeben.

Die Kombination aus Neigung und Filmdicke weist einen Bereich auf, in welchem der Film fließen kann oder auch nicht (in Abbildung 2-6 als bistabil gekennzeichnet). Welchen Zustand der Film in diesem Bereich einnimmt, hängt davon ab, ob er vorher still stand (horizontaler Pfeil) oder floss (senkrechter Pfeil). Diese Hysterese ist auch in anderen Konfigurationen beobachtbar und stellt eine Besonderheit von Granulaten dar. Erdbeben und Lawinen beruhen unter anderem auf dieser Eigenschaft.



2-6 Start- (○) und Stop-Bedingungen (●) für einphasige Filme; normierte Filmdicke über der Neigung der Ebene; nach [Pouliquen & Forterre 2002; G. D. R. MiDi 2004]. Der horizontale Pfeil zeigt eine Erhöhung der Neigung bis der zuvor solide Film anfängt zu fließen. Der vertikale Pfeil zeigt das Abbauen des Films bei konstanter Neigung, bis der Film wieder einfriert. Bei zu flacher Ebene ( $\theta < 22^\circ$ ) wird sich kein einphasig fließender Film einstellen; daran zu erkennen, dass die Ausgleichlinien senkrecht werden. Für zu steile Ebenen ( $\theta > 30$ ) wird sich kein stabiler Film ausbilden, sondern ein beschleunigter Film.

Die Ausgleichskurve für die Grenze zum spontanen Verfestigen in Abbildung 2-6 (durchgezogene Linie) ist mittels der Parameter  $\mu_1, \mu_2$  und  $L_0$  durch (2-5) beschreibbar.

$$\tan \theta_{\text{stop}} = \mu_1 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{\frac{h_{\text{stop}}}{L_0} + 1} \quad (2-5)$$

[Pouliquen & Forterre 2002; Forterre & Pouliquen 2003] geben für Glasperlen und Flusssand Parameter entsprechend Tabelle 2-1 an. Übertragen auf das Fließverhalten in Abhängigkeit vom Volumenstrom kann demnach Folgendes festgehalten werden: Es existiert ein minimaler Volumenstrom, welcher überschritten werden muss, um ein stationäres Fließverhalten zu erreichen. Wird dieser Volumenstrom unterschritten, so wird dem Film weniger Masse zugeführt als notwendig ist, um die minimale Filmdicke zu bedienen. Dadurch wird der Film sich verfestigen. Sobald der Film fest ist, muss allerdings die obere Filmdicke erreicht werden, um ihn wieder zu verflüssigen. Hieraus ergibt sich ein periodisches Abfließen [G. D. R. MiDi 2004], wie es auch in [Wu 2014] beobachtet wurde.

Tabelle 2-1: Modellparameter für Glasperlen und Flusssand; Parameter für (2-5); aus [Pouliquen & Forterre 2002; Forterre & Pouliquen 2003]

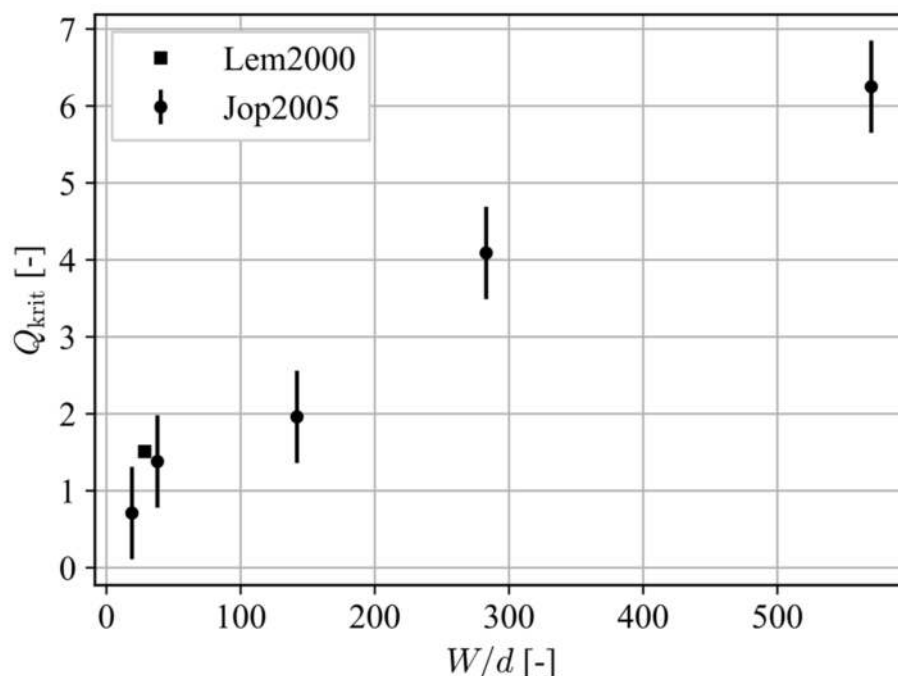
Parameter	Glasperlen	Flusssand
$d$	0,5 mm	0,8 mm
$\mu_1$	$\tan(20,90^\circ)$	$\tan(27,0^\circ)$
$\mu_2$	$\tan(32,76^\circ)$	$\tan(43,4^\circ)$
$L_0/d$	1,65	2,03

#### 2.4.2 Fluss in Schüttungen

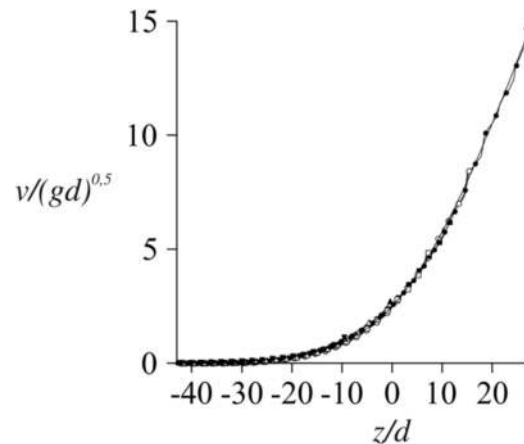
In dieser Arbeit wird diese Art von Film zweiphasig genannt, analog zur Beobachtung, dass unter einer fließenden (liquiden) Filmoberfläche eine feste (solide) Basis existiert (Abbildung 2-3 links auf Seite 9). Hierdurch sind die Neigung der Ebene und ihre Oberflächenrauigkeit irrelevant und stehen als Einflussparameter nicht zur Verfügung.

Wie auch im einphasigen Film existiert ein kritischer Volumenstrom, unterhalb welchem das Granulat in Lawinen fließt. Dieses Phänomen wird in vielen Quellen beschrieben [G. D. R. MiDi 2004; Aranson & Tsimring 2006]. [Lemieux & Durian 2000] geben für ihren Versuch einen kritischen Volumenstrom von  $Q_{\text{krit}} \approx 1,5$  an. In [G. D. R. MiDi 2004] wird  $\sqrt{Q} > 1,5$  genannt. Dagegen berichten [Jop, Forterre et al. 2005] dass die Kanalbreite einen Einfluss auf den kritischen Volumenstrom hat. Sie haben Kanäle beobachtet, welche das 19- bis 570-fache des Partikeldurchmessers breit sind. Ihre Ergebnisse werden in Abbildung 2-7 wiedergegeben. Darin ist ebenfalls das Ergebnis aus [Lemieux & Durian 2000] eingetragen. Allen drei Quellen ist gemein, dass ihre Beobachtungen auf Experimenten mit Glasperlen beruhen.

Liegt die Massenzufuhr über dem kritischen Volumenstrom, stellt sich ein größtenteils lineares Geschwindigkeitsprofil ein. Zwischen liquidem und solidem Teil bildet sich ein exponentieller Übergang (siehe Abbildung 2-8). Trägt man das Geschwindigkeitsprofil über den Fußpunkt auf, überlagern sich die Kurven für unterschiedliche Volumenströme. Mit höheren Volumenströmen wird lediglich ein weiterer Bereich des Profils ausgeschöpft. Die Schergeschwindigkeit liegt laut [Komatsu, Inagaki et al. 2001; G. D. R. MiDi 2004] im linearen Teil des Geschwindigkeitsprofils bei circa  $\dot{\gamma} \approx 0,4\sqrt{g/d}$ .



2-7 kritischer Volumenstrom in zweiphasigen Schüttungen kritischer, charakteristischer Volumenstrom über normierter Kanalbreite; nach [Lemieux & Durian 2000; Jop, Forterre et al. 2005]. Fehlerbänder wurden aus originaler Quelle übernommen, soweit eine Fehlerabschätzung stattfand. [Lemieux & Durian 2000] nutzten Partikel mit 0,33 mm Durchmesser, während [Jop, Forterre et al. 2005] Partikel mit 0,5 mm Durchmesser nutzten.



2-8 Geschwindigkeitsverlauf über Filmtiefe in zweiphasigen Schüttungen;  $v/\sqrt{gd}$  ist die normierte Geschwindigkeit,  $z/d$  ist die normierte Tiefe; es werden Messdaten von unterschiedlichen Versuchen mit Glasperlen dargestellt;  $d = 0,25$  mm und  $d = 0,15$  mm mit jeweils  $Q \in [0, 15]$ ; Abbildung 6c in [G. D. R. MiDi 2004].

Da im zweiphasigen Film eine solide Basis existiert, deren Größe für das Fließverhalten irrelevant ist, stellt sich der Fließwinkel des Films unabhängig zur Neigung der Eben ein. Untersuchungen an unterschiedlich breiten Kanälen ergaben, dass die Breite des Kanals und der Volumenstrom den Fließwinkel des Films beeinflussen. Je höher der Volumenstrom ist, desto steiler ist der Fließwinkel [G. D. R. MiDi 2004; Jop, Forterre et al. 2005]. Während dieser Effekt bei engen Kanälen stark ausgeprägt ist, verringert er sich je breiter der Kanal ist. Bei sehr breiten Kanälen war durch [Jop, Forterre et al. 2005] keine Veränderung des Fließwinkels bei unterschiedlichen Volumenströmen messbar. Sie stellten einen Fließwinkel von circa  $22^\circ$  fest. Da sie das gleiche Material verwendeten wie [Forterre & Pouliquen 2003] muss dieser Fließwinkel mit den Messungen in Tabelle 2-1 verglichen werden. Ihre Daten legen nahe, dass der Film in einem Fließwinkel  $\theta$  abfließt, welcher dem Modellparameter  $\mu_1 \approx \tan \theta$  entspricht.

### 2.4.3 Einfluss der Erdbeschleunigung

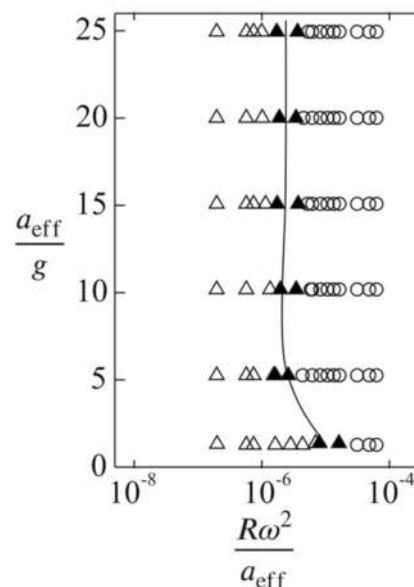
Bisher wurden lediglich Fälle beschrieben, welche unter Einfluss der Erdbeschleunigung untersucht wurden. In CentRec Receivern muss allerdings mit einer erhöhten Beschleunigung gerechnet werden (Details siehe Kapitel 3.3).

Um das Fließverhalten bei höherer Beschleunigung zu simulieren, haben [Brucks, Arndt et al. 2007] Trommelversuche in einer Zentrifuge durchgeführt. Hierfür wurde eine Drehtrommel (vergleiche Abbildung 2-4 rechts) in eine Kapsel plziert. Diese wiederum war am Arm einer Zentrifuge frei pendelnd montiert, wodurch Zustände mit erhöhter Fallbeschleunigung simuliert wurden.



Als charakteristische Zustandsgröße wurde die dimensionslose Rotationszahl  $Fr = R\omega^2/a_{\text{eff}}$  (Froude-Zahl) der Trommel definiert, mit  $R$  als Trommelradius und  $\omega$  als die Winkelgeschwindigkeit der Trommel. Die effektive Beschleunigung in der Kapsel  $a_{\text{eff}}$  konnte durch die Rotationsgeschwindigkeit und Geometrie der Zentrifuge auf bis zu 25g erhöht werden. Ein Teil ihrer Ergebnisse ist in Abbildung 2-9 dargestellt. Darin wird der Umschlag von Lawinen zum stationären Fließen bei unterschiedlicher effektiver Beschleunigung aufgetragen. Hierbei muss berücksichtigt werden, dass die Froude-Zahl in Trommelversuchen proportional zum Quadrat des charakteristischen Volumenstroms ist. Somit können direkt Aussagen über den kritischen Volumenstrom getroffen werden.

Für eine geringe Erhöhung der effektiven Beschleunigung verschiebt sich der Umschlag zu geringeren Froude-Zahlen, bleibt jedoch ab 5g konstant. [Brucks, Arndt et al. 2007] argumentieren, dass ebenfalls Versuche bei 1,1g durchgeführt wurden (nicht in Abbildung 2-9 dargestellt). Diese ergaben eine gleiche kritische Froude-Zahl wie Versuche bei normaler Erdbeschleunigung. Sie gehen somit davon aus, dass keine Störungen vorliegen, welche das Messergebnis beeinflussen. Der Umschlag zu geringeren Froude-Zahlen ist ihrer Meinung nach real.



2-9 Kritische Drehzahl in Trommeln bei erhöhter Gravitation; effektive Gravitation  $a_{\text{eff}}/g$  über der Froude Zahl  $R\omega^2/a_{\text{eff}}$ ; Dreiecke zeigen Zustände mit Lawinen; Kreise zeigen Zustände ohne Lawinen; aus [Brucks, Arndt et al. 2007].

Es erscheint allerdings fragwürdig, ob Störungen gegebenenfalls erst ab einer bestimmten Last in der Zentrifuge relevant sind. In diesem Fall könnte der Umschlag zu geringen Froude-Zahlen auch aufgrund der Störungen stattfinden. Betrachtet man die Messwerte mit effektiven Beschleunigungen ab  $5g$ , so darf dennoch abgeleitet werden, dass eine Veränderung der effektiven Beschleunigung keinen nennenswerten Effekt auf die kritische Froude-Zahl hat.

Da Froude-Zahl und charakteristischer Volumenstrom gekoppelt sind, kann abgeleitet werden, dass der kritische Volumenstrom unabhängig von der effektiven Beschleunigung ist. Es ist allerdings möglich, dass etwaige Störeinflüsse diesen verringern. Diese Beobachtungen werden in Kapitel 3.6 auf den CentRec Receiver übertragen und detailliert.

Neben dem kritischen Volumenstrom hat die Fallbeschleunigung gegebenenfalls Einfluss auf den Fließwinkel einer Schüttung. Im Folgenden werden Ergebnisse hierzu präsentiert. Diese werden in Kapitel 4.1 genutzt um Aussagen über das Fließverhalten in CentRec Receivern zu gewinnen.

Der Fließwinkel in Schüttungen (und somit auch in Trommeln) steigt mit dem charakteristischen Volumenstrom an (Vergleiche Kapitel 2.4.2). Diesbezüglich stellten [Brucks, Arndt et al. 2007] fest, dass die Fließwinkel in Trommeln für gleiche charakteristische Volumenströme identisch sind, unabhängig von der Fallbeschleunigung.

Neben einer erhöhten Beschleunigung kann im CentRec Receiver ebenfalls der Fall auftreten, dass eine geringere Beschleunigung herrscht (Näheres in Kapitel 3.3). [Kleinhans, Markies et al. 2011; Atwood-Stone & McEwen 2013] haben Untersuchungen an Sanddünen auf dem Mars durchgeführt. Dort ist die Fallbeschleunigung geringer als auf der Erde. Unter der Annahme, dass Sande auf dem Mars nahezu gleiche Eigenschaften aufweisen wie auf der Erde, haben sie Schüttwinkel von Sanddünen verglichen. Ihre Ergebnisse sind widersprüchlich. [Atwood-Stone & McEwen 2013] konnten keinen Einfluss der geringeren Fallbeschleunigung feststellen. [Kleinhans, Markies et al. 2011] wiesen hingegen unterschiedliche Schüttwinkel nach. Wie in Kapitel 2.3.1 beschrieben, ist es wichtig zwischen Granulaten im soliden Regime und Granulaten im liquiden Regime zu unterscheiden. Da der Fließwinkel eine Eigenschaft von fließenden Granulaten ist, sind die Ergebnisse aus [Kleinhans, Markies et al. 2011; Atwood-Stone & McEwen 2013] gegebenenfalls nur unzureichend auf den hier behandelten Fall übertragbar.

#### 2.4.4 Modell der lokalen Rheologie

Fließende Granulate werden nach [Andreotti, Forterre et al. 2012] zur Familie der viskos-plastischen Medien gezählt, wie beispielsweise Zahnpasta. Erst nachdem ein gewisser Grenzwert an Belastung überschritten wird (plastische Verformung) fließt das Granulat abhängig zur Scherrate (viskos). In diesem Fall sind Granulate in der Lage stationäre Fließzustände einzunehmen, worin die inneren Reibverluste und/oder Reibung über Oberflächen die Beschleunigung durch beispielsweise Gravitation ausgleichen.

Die vier hauptsächlichen Einflussgrößen sind Partikelgröße  $d$ , -dichte  $\rho_p$ , Schergeschwindigkeit  $\dot{\gamma}$  und Druck  $P$ . Zusammen beschreiben sie die Inertial-Zahl, welche verwandt zur Savage- oder Coulomb-Zahl ist [da Cruz, Emam et al. 2005]:

$$I = \frac{\dot{\gamma} d}{\sqrt{P/\rho_p}} \quad (2-6)$$

Sie wird oftmals als das Verhältnis zweier Prozesse interpretiert: Zum einen die Scherbewegung und zum anderen die Ablagerung der Partikel. Die Zeitskala der Scherbewegung ist durch  $\dot{\gamma}^{-1}$  beschrieben, während die Zeitskala der Ablagerung durch  $\frac{\sqrt{P/\rho_p}}{d}$  abgeschätzt werden kann [G. D. R. MiDi 2004].

Die Inertial-Zahl (2-6) dient als Grundbaustein für ein einfaches rheologisches Modell, worin lokale Reibung und Volumenanteil einzig in Abhängigkeit zur Inertial-Zahl beschrieben werden (siehe auch [Pouliquen, Cassar et al. 2006]). Untersuchungen zeigten, dass die lokale Reibung mit der Inertial-Zahl steigt, während der Volumenanteil sinkt. In [Jop, Forterre et al. 2005; Pouliquen, Cassar et al. 2006] wurden empirische Gleichungen entwickelt, welche den Verlauf dieser Größen beschreiben:

$$\begin{aligned} \mu(I) &= \mu_1 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{I_0/I + 1} \\ \phi(I) &= \phi_c - (\phi_c - \phi_m)I \end{aligned} \quad (2-7)$$

Die Modellparameter  $\mu_1, \mu_2, I_0, \phi_c$  und  $\phi_m$  sind dabei maßgeblich vom Granulat und insbesondere von der interpartikulären Reibung abhängig. So ist bei glatten Partikeln die minimale Reibzahl  $\mu_1$  etwa halb so groß, wie bei rauen Granulaten [Andreotti, Forterre et al. 2012].

Interessanterweise lässt sich die Inertial-Zahl ebenfalls nutzen um zu beschreiben, in welchem Regime sich das Granulat befindet. Für Inertial-Zahlen nahe Null kann von solidem oder quasi-solidem Verhalten gesprochen werden. Für Inertial-Zahlen nahe oder über Eins liegt das gasförmige Regime vor. Dazwischen wird vom liquiden Regime gesprochen [Andreotti, Forterre et al. 2012].

Aufbauend auf den oben beschriebenen Ergebnissen haben [Jop, Forterre et al. 2005; Jop, Forterre et al. 2006; Pouliquen, Cassar et al. 2006] einen Ansatz entwickelt, um fließende Granulate mittels lokaler Rheologie zu beschreiben. Sie erreichten gute Übereinstimmung zwischen Messungen und Modell für Schüttungen zwischen glatten oder rauen Wänden. Dies beinhaltet sowohl einphasige Schüttungen über raue Oberflächen sowie auch zweiphasige Schüttungen<sup>4</sup> von Glasperlen.

Ausgangspunkt zur Modellierung von zweiphasigen Schüttungen ist ein Kontrollvolumen, welches die gesamte Kanalbreite umfasst und von der Filmoberfläche bis in eine beliebige Filmtiefe reicht (Abbildung 2-10). Das Kräftegleichgewicht aus Gewichtskraft, innerer Reibung und Wandreibung führt schließlich zu (2-8).

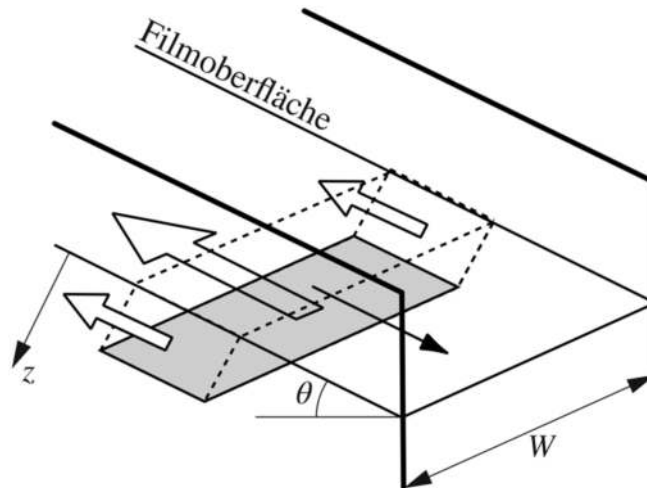
$$0 = \tan(\theta) - \mu_w \frac{z}{W} - \mu(I(z)) \quad (2-8)$$

Hierin sind  $\theta$  der Fließwinkel zum Horizont,  $\mu_w$  der Reibkoeffizient zwischen Schüttung und Wand und  $z$  die Filmtiefe. Die Wandreibung wird als konstanter Faktor angenommen und der innere Reibwert nach (2-7), sowie die Inertial-Zahl nach (2-6) beschrieben. Die notwendigen Parameter  $\mu_1, \mu_2$  und  $I_0$  zur Beschreibung des Reibwertes haben [Jop, Forterre et al. 2005] aus Versuchen an einphasigen Filmen ermittelt. Dies wird im Folgenden beschrieben. Außerdem wird davon ausgegangen, dass der Volumenanteil  $\phi$  im gesamten Film konstant ist.

Es war ihnen somit möglich, zweiphasige Filme zu modellieren, ohne entsprechende Messungen an solchen Filmen durchzuführen. Auf diesen Ergebnissen aufbauend, wird in Kapitel 4.2 ein entsprechend für CentRec Receiver angepasstes Modell entwickelt.

---

<sup>4</sup> Obwohl [G. D. R. MiDi 2004] darlegten, dass zweiphasige Schüttungen nicht mittels lokaler Rheologie modellierbar seien.



2-10 Kräftegleichgewicht am Kontrollvolumen in zweiphasigen Filmen; schwarzer Pfeil: in Fließrichtung wirkende Gewichtskraft; weiße Pfeile: Scherkräfte zwischen Kontrollvolumen und Seitenwänden, bzw. Partikelfilm unterhalb des Volumens. Aus [Jop, Forterre et al. 2005].

### Vergleich zum einphasigen Film

Um die notwendigen Modellparameter für (2-7) zu erhalten wird diese Gleichung mit den Ergebnissen aus [Pouliquen & Forterre 2002; Forterre & Pouliquen 2003] verglichen. Hierin wurde der einphasige Film über der Filmtiefe gemittelt modelliert. Die Neigung der Ebene entspricht in diesem Fall dem Reibwert zwischen Ebene und Film. Dieser wurde bereits durch Gleichung (2-5) für die Stop-Bedingung in einphasigen Filmen modelliert.

Um (2-5) auch auf fließende Filme zu erweitern, nutzten [Jop, Forterre et al. 2005] die Beobachtung, dass die gemittelte Geschwindigkeit in einphasigen Filmen linear mit der Filmdicke  $h$  skaliert. Gleichung (2-9) gibt dieses Ergebnis wieder. Hierin ist  $h_{\text{stop}}$  die Filmdicke, bei welcher der Film sich spontan verfestigt (vergleiche Kapitel 2.4.1). Der Proportionalfaktor  $\beta$  stellt hierbei eine Materialkonstante dar.

$$\frac{\langle v \rangle}{\sqrt{gh}} = \beta \frac{h}{h_{\text{stop}}} \quad (2-9)$$

Die Kombination aus (2-5) und (2-9) ergibt (2-10).

$$\mu = \mu_1 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{\frac{\beta h}{L_0} \cdot \frac{\sqrt{gh}}{\langle v \rangle} + 1} \quad (2-10)$$

Die gemittelte Geschwindigkeit  $\frac{\langle v \rangle}{\sqrt{gh}}$  ist direkt von der Inertial-Zahl abhängig. Durch die Inertial-Zahl ist die Schergeschwindigkeit gegeben. Wird diese inte-

griert, so ergibt sich ein Geschwindigkeitsfeld. Als erste Näherung wurde eine über dem (einphasigen) Film konstante Inertial-Zahl angenommen. Das entsprechende Geschwindigkeitsfeld wurde gemittelt und somit  $\frac{\langle v \rangle}{\sqrt{gh}}$  in Gleichung (2-10) ersetzt.

$$\frac{\langle v \rangle}{\sqrt{gh}} = \frac{2}{5} I \sqrt{\phi \cos(\theta)} \frac{h}{d} \quad (2-11)$$

$$\mu = \mu_1 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{\frac{\beta}{L_0} \cdot \frac{5d}{2I \sqrt{\phi \cos(\theta)}} + 1} \quad (2-12)$$

Weitere Details sind insbesondere in [G. D. R. MiDi 2004; Jop, Forterre et al. 2005 Anhang A] zu finden.

Ein Vergleich aus (2-5) und (2-12) zeigt, wie die notwendigen Modellparameter  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  und  $I_0$  aus Versuchen an einphasigen Filmen abgeschätzt werden können. Somit war es möglich, ein Modell für zweiphasige Filme zu ermitteln, ohne entsprechende Untersuchungen an solchen Filmen durchzuführen.

Für  $I_0$  gilt demnach (2-13). Das Verhältnis aus Schüttdichte und Reindichte haben [Jop, Forterre et al. 2005] zu  $\phi = 0,6$  angenommen. Den Fließwinkel  $\theta$  schätzten sie durch das arithmetische Mittel aus  $\text{atan } \mu_1$  und  $\text{atan } \mu_2$  ab. Für Glasperlen beträgt der Geschwindigkeitsfaktor laut ihren Messungen  $\beta = 0,136$ .

$$I_0 = \frac{5d\beta}{2L_0 \sqrt{\phi \cos(\theta)}} \quad (2-13)$$

### Grenzen des Modells

[Jop, Forterre et al. 2005] weisen darauf hin, dass das Modell nicht in der Lage ist bei sinkendem Volumenstrom den Übergang zu Lawinen vorherzusagen. Des Weiteren kann der beobachtete exponentielle Übergang zwischen liquider und solider Zone nur schlecht abgebildet werden. Die Beschreibung des Reibkoeffizienten nach (2-10) beruht auf den Ergebnissen in [Pouliquen 1999], worin lediglich Glasperlen genutzt wurden. Zur Herleitung dieses Modells dienten also ausschließlich Versuche mit Glasperlen und Simulationen mittels Diskrete-Elemente-Methode. Das Modell sagt zudem voraus, dass die Schergeschwindigkeit an der Oberfläche gegen Null strebt, was allerdings nicht zu beobachten ist. Da außerdem eine konstante Volumenzahl angenommen wird, muss davon ausgegangen werden, dass die Filmoberfläche schlecht modelliert wird.

Dieses Modell haben [Cortet, Bonamy et al. 2009; Lacaze & Kerswell 2009] anhand von Simulationen für Granulatfluss in Trommeln und kollabierenden Haufen geprüft. Unter bestimmten Voraussetzungen erzielten sie gute Ergebnisse. Dies setzt allerdings voraus, dass Spannung und Verformung gleiche Hauptachsen aufweisen. [Cortet, Bonamy et al. 2009; Lacaze & Kerswell 2009] weisen außerdem darauf hin, dass es in unidirektionalen Strömungen selbst bei sehr geringen Inertial-Zahlen gilt. Unter Anbetracht der hier genannten Limitationen erscheint die Anwendung dieses Modells für CentRec Receiver möglich und wird in Kapitel 4.2 näher beschrieben.

Für Flusssand haben [Forterre & Pouliquen 2003] eine veränderte Korrelation zwischen gemittelter Geschwindigkeit und Filmdicke beobachtet (2-14). Die Koeffizienten ermittelten sie zu  $\beta_0 = 0,77$  und  $\beta_1 = 0,65$ . Dadurch ist dieses Modell für andere Granulate als Glasperlen nicht ohne weiteres anwendbar.

$$\frac{\langle v \rangle}{\sqrt{gh}} = -\beta_0 + \beta_1 \frac{h}{h_{\text{stop}}} \quad (2-14)$$

## 2.5 Particle Tracking Velocimetry

Bildgebende Messverfahren eignen sich besonders gut um berührungsfrei zu arbeiten. Dadurch wird unter anderem gewährleistet, dass die Messung die zu messende Strömung nicht beeinflusst. So werden in experimentellen Untersuchungen zur Strömungslehre oftmals die *particle image velocimetry* (PIV) oder die *particle tracking velocimetry* (PTV) genutzt. Beide Verfahren beruhen auf der Idee, dass Schwebstoffe im Fluidstrom mitgeführt werden; sogenannte Tracer. Eine Kamera oder mehrere um das Messvolumen verteilte Kameras nehmen die Bewegung der Tracer auf. Sobald die Bewegung der Tracer gemessen wurde, kann daraufhin die Bewegung der Fluidströmung abgeleitet werden.

Im vorliegenden Fall wird eine leicht abgewandelte PTV angewendet. Hierbei wird die Trajektorie einzelner Tracer in Zeit und Raum verfolgt. Unterschiede zur klassischen PTV ergeben sich insbesondere dadurch, dass es keine Unterscheidung zwischen Tracer und Fluid gibt. Es werden Tracer eingesetzt, welche dem grundlegenden Material in ihren Fließeigenschaften möglichst nahe kommen. Somit kann direkt von der Bewegung der Tracer auf das Fließverhalten des Kontinuums geschlossen werden.

Es vereinfacht sich außerdem die Auswertung. In üblichen PTV-Anwendungen ist die zu untersuchende Strömung in einer durchsichtigen Kammer geführt (beispielsweise Wasser in einer transparenten Düse). In diesem Fall muss die Krümmung der Lichtstrahlen durch die unterschiedlichen Materialien berücksichtigt

werden. Da in dieser Arbeit Partikel in Luft fließen, müssen solche Rechenschritte nicht unternommen werden.

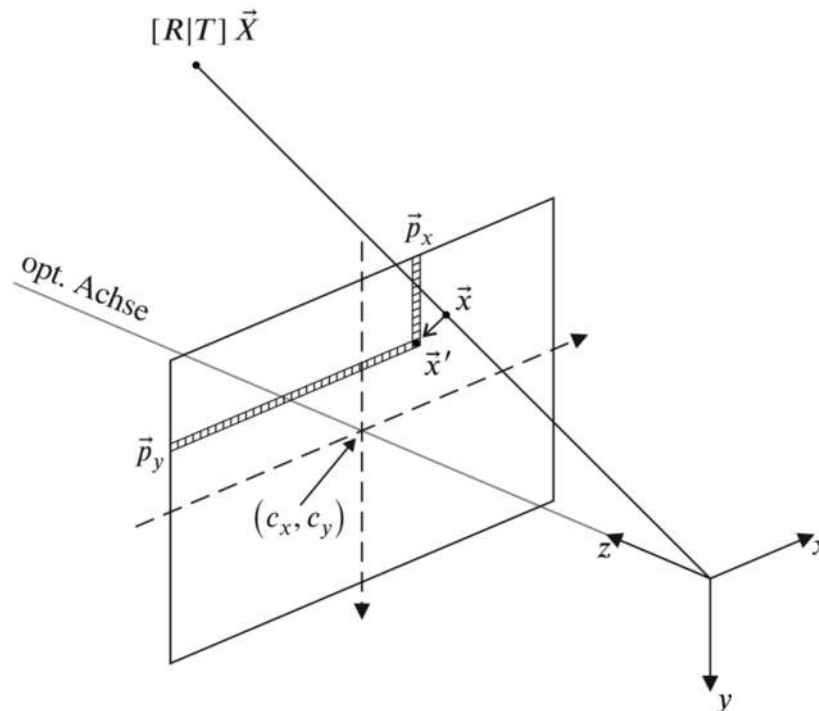
Im Folgenden werden alle notwendigen Teilaspekte der angewendeten PTV dokumentiert. Die konkrete Umsetzung findet sich in Kapitel 5. Für Informationen zur allgemeinen PTV steht eine Fülle an Lehrbüchern wie [Luhmann 2010] sowie eine Vielzahl an Online-Ressourcen wie [Itseez 2015] zur Verfügung.

### 2.5.1 Kameramodell

Reale Kameras bilden das Objekt meist verzeichnet ab. Diese Verzeichnungen werden zunächst durch das Zusammenspiel aus Objektiv und Bildsensor erzeugt. Etwaige Fehler an diesen Bauteilen erzeugen zudem Verzerrungen im Bild. Es wird explizit zwischen Verzeichnung und Verzerrung unterschieden. Verzeichnungen sind in diesem Sinne Verzerrungen des Bildes, welche mittels eines passenden Modells beschrieben werden können, und somit auch entzerrt werden können.

Bei der Bildauswertung werden im ersten Schritt die erzeugten Bilder entzerrt, um daraufhin mit dem idealisierten Modell der Lochkamera arbeiten zu können. In Abbildung 2-11 wird das Lochkameramodell skizziert. In diesem Kontext sind drei verschiedene Koordinatensysteme definiert: (1) Weltkoordinaten  $\vec{X}$  stellen die Basis dar, worin Objekte und Kameras beliebig positioniert und orientiert sein können. (2) Kamerakoordinaten  $\vec{x}$  sind gegenüber der Kamera fixiert. Der Ursprung liegt hierbei im Projektionszentrum der gedachten Lochkamera. Die positive z-Richtung liegt in Blickrichtung der Kamera und entspricht somit der optischen Achse. Die x- und y-Achsen liegen entlang der Hauptachsen der Pixel des Sensors. (3) Bildkoordinaten  $\vec{p}$  geben Positionen auf dem Sensor in Pixel an. Der Ursprung liegt in diesem System in der oberen, linken Ecke des Bildes. In Abbildung 2-11 ist neben diesen drei Koordinatensystemen auch die Verzeichnung von  $\vec{x}$  nach  $\vec{x}'$  dargestellt.





2-11 Lochkameramodell; Der Objektpunkt  $\vec{X}$  wird mittels des extrinsischen Modells  $[R|T]$  vom Weltkoordinatensystem in das Kamerakoordinatensystem überführt. Daraufhin findet eine Abbildung auf die Sensorebene statt  $\vec{x}$ . Diese wird durch das Verzeichnungsmodell verändert und schließlich in Bildkoordinaten überführt.

Die Modellierung ist in zwei Teilbereiche unterteilbar: Die Gesamtheit der Verzeichnungsparameter und der Lochkameraparameter ergibt die sogenannten intrinsischen Parameter, oder das intrinsische Modell. Position und Orientierung der Kamera(s) und Objekt(e) im Weltkoordinatensystem werden extrinsische Parameter genannt, oder aber das extrinsische Modell. Insbesondere in Mehrkamerasystemen ist es notwendig, die relative Position der Kameras zueinander zu kennen [Luhmann 2010]. Die relative Position und Orientierung von zwei Objekten ist im dreidimensionalen Raum durch sechs Freiheitsgrade beschreibbar. Entsprechend besteht das extrinsische Modell aus drei Parameter für die relative Verschiebung  $T$  sowie drei Rotationsparameter, welche meist in einer entsprechenden Rotationsmatrix  $R$  beschrieben sind.

Es existieren verschiedene intrinsische Modelle. Diese unterscheiden sich meist in der Anzahl der Parameter, und damit in der Anzahl der Freiheitsgrade. Je nach Hardware ist das intrinsische Modell entsprechend anzupassen. Dabei muss ein Kompromiss zwischen Komplexität und Genauigkeit eingegangen werden. Je mehr Freiheitsgrade ein Modell besitzt, desto mehr Störeinflüsse können beschrieben und somit auch negiert werden. Allerdings sind Modelle mit vielen Freiheitsgraden auch anfälliger für Artefakte und numerische Fehler.

Das in dieser Arbeit verwendete Modell beruht auf [Itseez 2015]. Hierin wird die Lochkamera mathematisch durch die Kameramatrix beschrieben:

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} f_x & & c_x \\ & f_y & c_y \\ & & 1 \end{bmatrix} \vec{x} \quad (2-15)$$

Hierin sind  $f_i$  die Fokallängen und  $c_i$  die Position der optischen Hauptachse entlang der beiden Sensordimensionen; angegeben in Pixel. Das Modell erlaubt Sensoren mit nicht-quadratischen Pixeln ( $f_x \neq f_y$ ). Sensoren mit nicht-rechteckigen Pixeln oder aber zueinander verschobenen Pixelreihen können hierdurch nicht abgebildet werden. Entsprechende Sensorfehler sind demnach auch nicht ausgleichbar. Außerdem ist ein Versatz der optischen Achse zum Sensormittelpunkt durch  $c_i$  ausgleichbar.

Mit der relativen Position  $T$  und Orientierung  $R$  des Objektes, welche durch die kombinierte Matrix  $[R|T]$  beschrieben werden, ist die Abbildung aus Weltkoordinaten in Kamerakoordinaten gegeben durch:

$$s \cdot \vec{x} = [R|T]\vec{X} \quad (2-16)$$

Definitionsgemäß liegen alle Bildpunkte auf der Sensorebene. Somit ist ihre z-Komponente fixiert, und wird per Konvention zu Eins gesetzt ( $s = 1/z$ ):

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-17)$$

Die Verzeichnungsparameter teilen sich je nach Modell in unterschiedliche Aspekte auf. Der stärkste Einfluss sind radial-symmetrische Verzerrungen. Diese bedingen beispielsweise die aus Weitwinkelobjektiven bekannte tonnenförmige Verzeichnung. Durch die nicht zentrische Position des Objektivs treten außerdem nicht-radial-symmetrische Verzeichnungen auf (auch tangentielle Verzeichnung genannt). Für hochqualitative Objektive ist meist ein rein radial-symmetrisches Verzeichnungsmodell ausreichend. Bei anderen Objektiven müssen tangentielle Verzeichnungen berücksichtigt werden, insbesondere wenn eine hohe Genauigkeit gefordert ist [Luhmann 2010].

Das in [Itseez 2015] definierte Modell beinhaltet außerdem noch weitere Parameter, welche beispielsweise Affinität oder Scherung berücksichtigen. Diese werden hier allerdings nicht angewendet, da das Kamerasystem weder signifikante Affinität oder Scherung aufweist. Eine detaillierte Beschreibung dieser findet

sich unter anderem in [Luhmann 2010 Kap 3.3.3] oder [Heikkila & Silven 1997; Zhengyou 1999].

Um Verzeichnungen in das Lochkameranmodell (2-15) und (2-16) einzufügen werden die idealen Kamerakoordinaten  $\vec{x}$  wie in (2-18) beschrieben verzerrt. Dabei bezeichnen die Parameter  $k_1$  bis  $k_3$  die radial-symmetrischen Verzeichnungen und die Parameter  $k_4$  und  $k_5$  die tangentialen<sup>5</sup>.

$$\vec{x}' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x' = x \cdot (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + 2k_4 xy + k_5 (r^2 + 2x^2) \quad (2-18)$$

$$y' = y \cdot (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + k_4 (r^2 + 2y^2) + 2k_5 xy$$

mit  $r^2 = x^2 + y^2$

### Kalibration des Kameramodells

Intrinsische und extrinsische Parameter werden mittels eines Kalibrationstargets mit bekannter Geometrie und einfach zu erkennenden Markierungen ermittelt. Das Target wird mehrfach aus unterschiedlichen Blickwinkeln abgebildet. Die Bildkoordinaten der Markierungen  $\vec{p}$  müssen für jedes Bild auf die realen Koordinaten der Markierungen  $\vec{X}$  abgebildet werden können. Dies ist als Optimierungsproblem definierbar:

Es sei die reale Position der Markierungen  $\vec{X}_i$  bekannt. Die intrinsischen Parameter und die extrinsischen Parameter von jedem Bild müssen bestimmt werden, sodass die Quadratsumme aller Residuen minimal ist. Die Residuen  $\Delta_{i,j}$  der  $i$ -ten Markierung im  $j$ -ten Kalibrationsbild sind gegeben durch den Pixelabstand zwischen dem jeweils projizierten Bildpunkt und dem tatsächlich im Bild gemessenen Bildpunkt [Luhmann 2010; Itseez 2015]:

$$\Delta_{i,j} = \|\vec{p}_{i,j} - F(\vec{X}_i, f_x, f_y, c_x, c_y, [k_1 \dots k_5], [R|T]_j)\| \quad (2-19)$$

Hierin ist  $F$  die Abbildungsfunktion, welche durch (2-15) bis (2-18) definiert ist. Die Fitparameter beinhalten sowohl das intrinsische Modell  $f_x, f_y, c_x, c_y, [k_1 \dots k_5]$  als auch das extrinsische Modell für jedes Bild  $[R|T]_j$ . Das Suffix  $i \in 1, \dots, n$  steht für  $n$  Markierungen auf dem Kalibrationstarget. Es müssen also insgesamt  $9 + 6m$  Parameter geschätzt werden. Neun Parameter für das intrinsische Modell und  $6m$  extrinsische Parameter pro Kalibrationsbild.

<sup>5</sup> Vielfach werden unterschiedliche Bezeichnungen für die einzelnen Verzeichnungsparameter genutzt. Die hier genutzten Namen entsprechen nicht der Benennung in [Luhmann 2010] oder [Itseez 2015]!

Anhand der extrinsischen Parameter  $[R|T]_j$  ist es möglich, die relative Position von zwei Kameras zu bestimmen. Hierzu ist es notwendig, dass das Kalibrations-target von beiden Kameras aus erkannt wird. Aus dem Vergleich der relativen Position der Kameras zum Objekt, kann dann die relative Position und Ausrichtung der Kameras untereinander ermittelt werden.

Um die Güte der Kalibration abzuschätzen bieten sich zwei Möglichkeiten an: (1) Approximieren der Varianz der Kalibrationsparameter oder (2) Monte-Carlo Simulation für Perturbationen in den Parametern. Erstere Methode ist nur dann aussagekräftig, wenn (1) viele Beobachtungen vorliegen, (2) die Residuen normalverteilt sind und (3) das Modell ausreichend gut linearisiert werden kann. In diesem Fall ist die Kovarianzmatrix der Modellparameter durch (2-20) abschätzbar. Die Diagonaleinträge geben eine Näherung der Varianz der Modellparameter an.

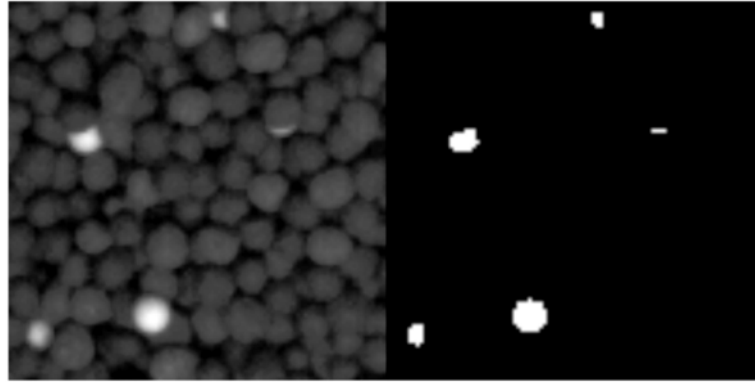
$$\text{COV} \approx \frac{\overline{\Delta^T \Delta}}{nm - 9 - 6m} \cdot \text{inv}(J^T J) \quad (2-20)$$

Hierin sind  $\overline{\Delta}$  der Spaltenvektor aller Residuen und  $n$  die Anzahl an Markierungen auf dem Kalibrationstarget. Die Jakobimatrix  $J$  ist eine  $(nm \times 9 + 6m)$  Matrix, welche die partiellen Ableitungen der einzelnen Residuen nach den Fitparametern enthält. Da die extrinsischen Parameter der Kalibrationsbilder im Allgemeinen nicht interessieren, sind lediglich die ersten 9 Reihen und Spalten der Kovarianzmatrix relevant, welche das intrinsische Modell beschreiben. In Kapitel 5.5 wird ein ähnliches Problem behandelt, worin die Abschätzung nach (2-20) nicht mehr möglich ist. In diesem Fall wird die Varianz mittels Monte-Carlo Rechnungen abgeschätzt.

### 2.5.2 Bilderkennung

Verschiedene Methoden stehen zur Verfügung um relevante Merkmale in Bildern zu erkennen. Bei der PTV ist es notwendig, die Bildposition der Tracer möglichst genau zu bestimmen. Im einfachsten Fall unterscheiden sich die Tracer farblich vom restlichen Messvolumen. Dies wird oftmals dadurch gewährleistet, dass das Messvolumen und der Hintergrund möglichst schwarz sind, während die Tracer belichtet werden und somit als weiße Flecken identifizierbar sind.

Die Bilderkennung beruht in diesem Falls meist auf der sogenannten Segmentierung. Hierbei wird ein Grauwert als Schwellwert gewählt und Pixel im Bild danach sortiert. Das Bild wird somit in ein schwarz-weiß Bild überführt. Im Folgenden können zusammenhängende weiße Pixel als Fleck identifiziert werden. Dies wird in Abbildung 2-12 dargestellt.



### 2-12 Bildsegmentierung

Die einzelnen Flecke können durch verschiedene Kennwerte charakterisiert werden. Dazu gehören unter anderem ihre Fläche oder der Umfang in Pixel. Außerdem kann geprüft werden, ob sie konvex sind. Besonders interessant ist die Rundheit eines Fleckes, welche durch das Verhältnis der Fläche zum Quadrat des Umfangs abgeschätzt wird. Das Verhältnis der Hauptachsen eines Fleckes kann ebenfalls zur Abschätzung der Rundheit dienen [Itseez 2015].

Der in [Itseez 2015] hinterlegte Algorithmus *SimpleBlobDetector* wendet diese Segmentierung bei unterschiedlichen Schwellwerten simultan an und fasst überlappende Flecke zusammen. Der Flächenschwerpunkt kann daraufhin als Messwert genutzt werden. Alternative Erkennungsmethoden beruhen beispielsweise darauf, markante Merkmale von Objekten zu erkennen [Lowe 1999] oder aber ein vordefiniertes Muster im Bild zu suchen [Takehara & Etoh 1999]. Da die hier angewendeten Tracer kaum voneinander zu unterscheiden sind, wurde von einer solchen Methode abgesehen.

### 2.5.3 Räumliche Zuordnung

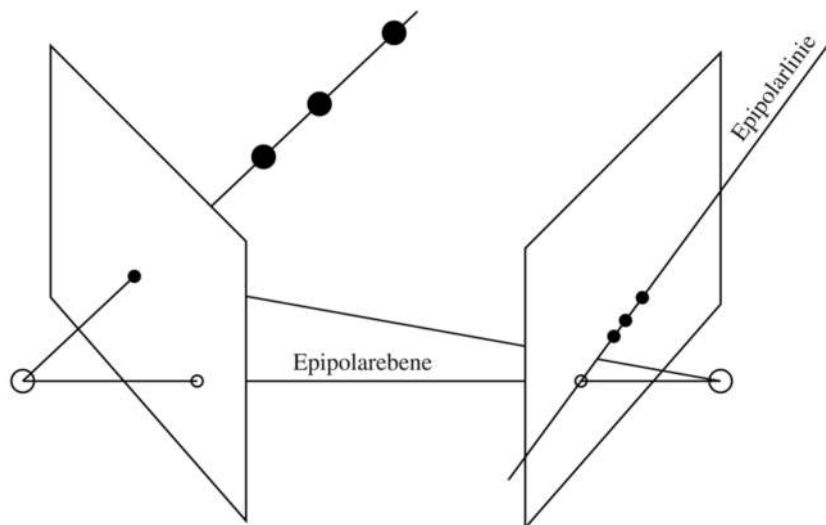
Um aus den Bildern dreidimensionale Koordinaten zu erhalten, ist es notwendig die Abbilder aus den Kameras dem gemeinsamen Objekt zuzuordnen. Dies kann ebenfalls aufgrund optischer Merkmale geschehen, wie beispielsweise die Farbe oder Textur. Die Partikel haben allerdings ein etwa gleiches Aussehen. Eine Zuordnung mittels optischer Merkmale ist nicht möglich. Sie geschieht stattdessen mit Hilfe der Epipolargeometrie. In Abbildung 2-13 und im Folgenden werden die Prinzipien dazu erklärt.

Die Zuordnung beruht darauf, dass ein Abbild auf dem Bildsensor in einer Kamera zusammen mit dem Projektionszentrum dieser Kamera eine Linie im Raum aufspannt. Wird dieselbe Szene aus einer anderen Perspektive betrachtet, so muss sich das korrespondierende Abbild auf dieser Linie befinden. Anders ausgedrückt: Die beiden Projektionszentren der Kameras spannen zusammen mit dem

Abbild eine Epipolarebene auf. Diese Ebene wird als Linie auf den Sensor der zweiten Kamera abgebildet [Hartley & Zisserman 2004].

Durch die Epipolargeometrie wird der Suchraum im zweiten Bild stark eingeschränkt. Es müssen lediglich Abbilder berücksichtigt werden, welche nahe der entsprechenden Epipolarlinie liegen. Allerdings ist hierdurch nicht unbedingt eine eindeutige Zuordnung möglich. Dies wird durch ein Mehrkamerasystem verbessert. Üblicherweise reichen vier Kameras, um die verbleibende Mehrdeutigkeit in der Zuordnung zu verringern (siehe auch Kapitel 5). Dies ermöglicht außerdem, dass prinzipiell Objekte erkannt werden können, welche in einer der vier Kameras nicht zu sehen sind [Maas, Gruen et al. 1993].

Nachdem die Zuordnung der Abbilder zueinander erfolgt ist, kann die dreidimensionale Position des dazugehörigen Punktes errechnet werden. Die Linien, welche durch die Projektionszentren der Kameras und die jeweiligen Abbilder definiert sind, schneiden sich im Idealfall in einem Punkt. Im realen Fall werden diese Linien hingegen windschief sein. Als Messpunkt wird der Punkt definiert, welcher die Quadratsumme der Abstände zu allen Strahlen minimiert [Mann, Ott et al. 1999].



**2-13 Epipolargeometrie; Die Projektionszentren der Lochkameras sind durch große Kreise verdeutlicht, ihre Abbildungen durch kleiner Kreise. Drei Punkte sind ebenfalls abgebildet, welche zur linken Kamera kollinear sind. Das Abbild in der linken Kamera (kleine Punkte) muss einem Abbild auf der Epipolarlinie in der rechten Kamera entsprechen. Nach [Hartley & Zisserman 2004].**

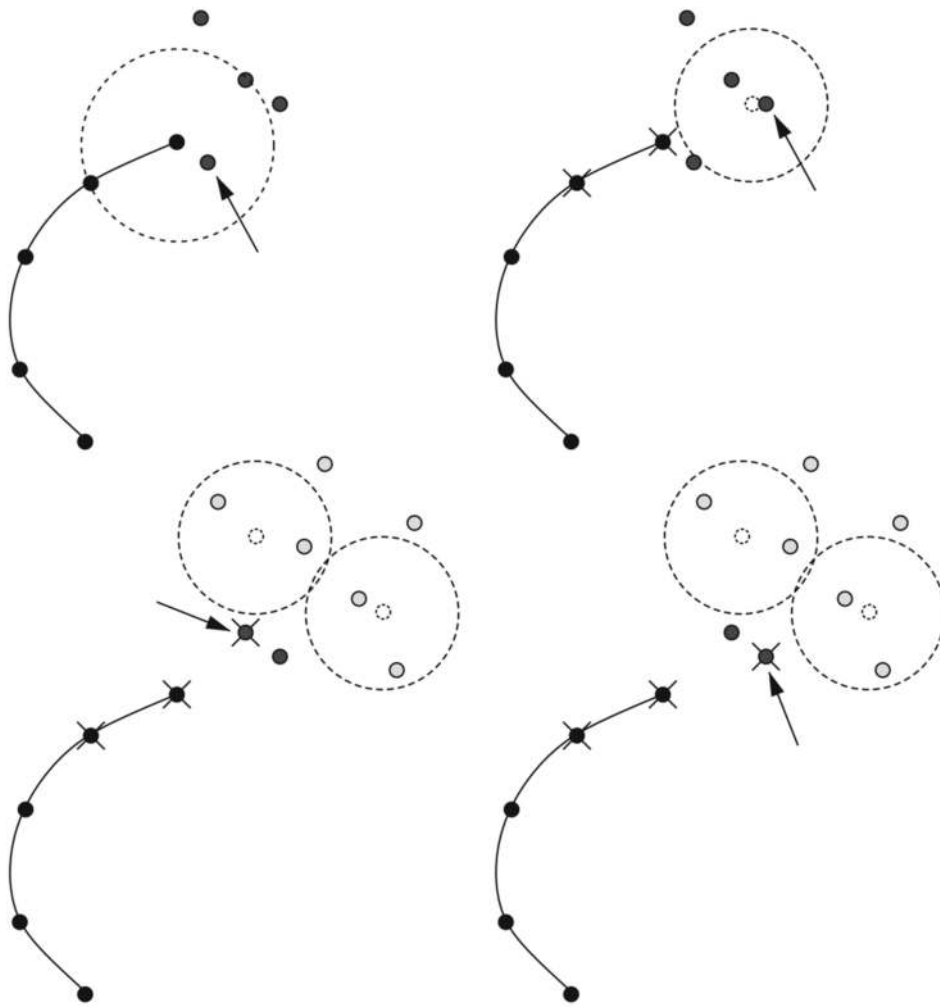
## 2.5.4 Zeitliche Zuordnung

Neben der Räumlichen Zuordnung der Abbildungen muss ebenfalls eine zeitliche Zuordnung geschehen. Hierdurch werden zueinander gehörige Messungen in aufeinanderfolgenden Bildern zu einer gemeinsamen Trajektorie verbunden, auch Track genannt. Verschiedene Algorithmen werden in [Ouellette, Xu et al. 2005] bewertet. Die einfachste Methode ist eine *Nearest-Neighbour* Suche (siehe Abbildung 2-14, oben links). Hierbei wird einer Messung im  $i$ -ten Bild der Messung im  $i+1$ -ten Bild zugeordnet, welche ihr am nächsten liegt. Diese Methode funktioniert allerdings nur, wenn der Versatz zwischen zwei Bildern wesentlich geringer ist, als der minimale Abstand zwischen den Tracern.

Verbesserte Algorithmen beruhen im Allgemeinen darauf, die zeitliche Ableitung der Position zu glätten. So wird beispielsweise mit der aktuellen Geschwindigkeit des Tracers seine zukünftige Position abgeschätzt und anhand dieser eine *Nearest-Neighbour* Suche durchgeführt (siehe Abbildung 2-14, oben rechts). Hierdurch wird die Beschleunigung minimiert.

Eine weitere Verbesserung wird erreicht, indem man mittels der aktuellen Geschwindigkeit die zukünftige Position des Tracers vorhersagt. Daraufhin wird für alle Tracer, welche nahe genug an der Vorhersage liegen ein zusätzlicher Tracking Schritt durchgeführt (siehe Abbildung 2-14, unten links). Daraufhin wird der Punkt gewählt, bei welchem die Änderung der Beschleunigung minimal ist; d.h. die dritte Ableitung der Position nach der Zeit.

[Ouellette, Xu et al. 2005] haben diesen Algorithmus noch verfeinert. Anstatt die Änderung der Beschleunigung abzuschätzen, nutzen sie lediglich den Abstand zwischen der erwarteten Position im nächsten Frame und den möglichen Messpunkten (hellgraue Punkte in Abbildung 2-14). Sie erreichen selbst dann gute Ergebnisse, wenn die Partikel in etwa eine Distanz zurücklegen, welche dem mittleren Abstand zwischen den Tracern entspricht.



2-14 Tracking Algorithmen; aus [Ouellette, Xu et al. 2005]: Schwarze Punkte geben bisherige Positionen an, welche bereits zu einem Track zusammengefügt wurden. Dunkelgraue Punkte zeigen mögliche Tracer im aktuellen Frame. Hellgraue Punkte zeigen mögliche Tracer im nächsten Frame. Kreuze zeigen die Punkte, welche zur Abschätzung berücksichtigt werden. Pfeile zeigen die tatsächlich vom Algorithmus ausgewählten Punkte. Oben links: Nearest-Neighbor; oben rechts: minimale Beschleunigung (3 Frames); unten links: minimale Beschleunigungsänderung (4 Frames), unten rechts: von [Ouellette, Xu et al. 2005] entwickelter 4-Best-Estimate.



### 3 Voruntersuchungen

Zunächst werden in den Kapiteln 3.1 und 3.2 die eingesetzten Granulate, sowie der genutzte Laborreceiver beschrieben. Daraufhin wird die im CentRec Receiver wirkende effektive Beschleunigung untersucht. Anschließend werden Besonderheiten des charakteristischen Volumenstroms diskutiert.

Aufgrund der verkleinerten Bauweise des Laborreceivers entstehen gegebenenfalls Skaleneffekte. Mögliche Ursachen werden in Kapitel 3.5 dargestellt. Messungen des kritischen Volumenstroms sind Teil von Kapitel 3.6. In Kapitel 3.7 werden Betriebsparameter für kommerzielle Anwendungen vom CentRec Receiver untersucht.

Fehlerangaben werden in dieser Arbeit als  $x \pm 2\sigma_x$  [Einheit] angegeben. Falls keine Standardabweichung definierbar ist, wird das 95%-Vertrauensintervall angegeben. Berechnungen der Fehlerfortpflanzung beruhen auf [JCGM & GUM 2008]. Es wird zwischen zufälligen Fehlern und systematischen Fehlern unterschieden. Erstere können durch mehrmaliges Messen verringert werden. Systematische Fehler sind hingegen nur schwer abschätzbar und wirken auf alle Messungen gleich. Dadurch können diese nicht verringert werden, indem man mehrfach misst.

#### 3.1 Materialeigenschaften

Drei Granulate wurden in den Experimenten dieser Arbeit eingesetzt, deren relevanten Eigenschaften in Tabelle 3-1 zusammengefasst sind. Aufgrund ihrer Größe und der hohen Reindichte der Partikel wird davon ausgegangen, dass das Zwischenmedium (hier Luft) keinen Einfluss auf das Fließverhalten des Granulates hat. Dies bedeutet allerdings nicht, dass zur Beschreibung der Thermodynamik das Zwischenfluid vernachlässigt werden darf.

Die Schüttwinkel wurden in eigenen Messungen ermittelt (nach Abbildung 2-4 links und mittig). Sie zeigen ähnliche Werte wie sie für Sande zu erwarten sind. In Scherversuchen an einer Brookfield PFT3230 wurden der effektive Reibwert bei geringem Druck sowie die Fließzahl der Granulate ermittelt. Aufgrund der Beschränkungen der Scherzelle konnte das CarboHSP 12/18 Granulat nicht vermessen werden. Vergleicht man Messungen des Schüttwinkels nach Abbildung 2-4 links mit dem effektiven Reibwinkel, so fällt auf, dass beide nahezu gleich sind. Ersterer ist wesentlich einfacher zu bestimmen.

## Voruntersuchungen

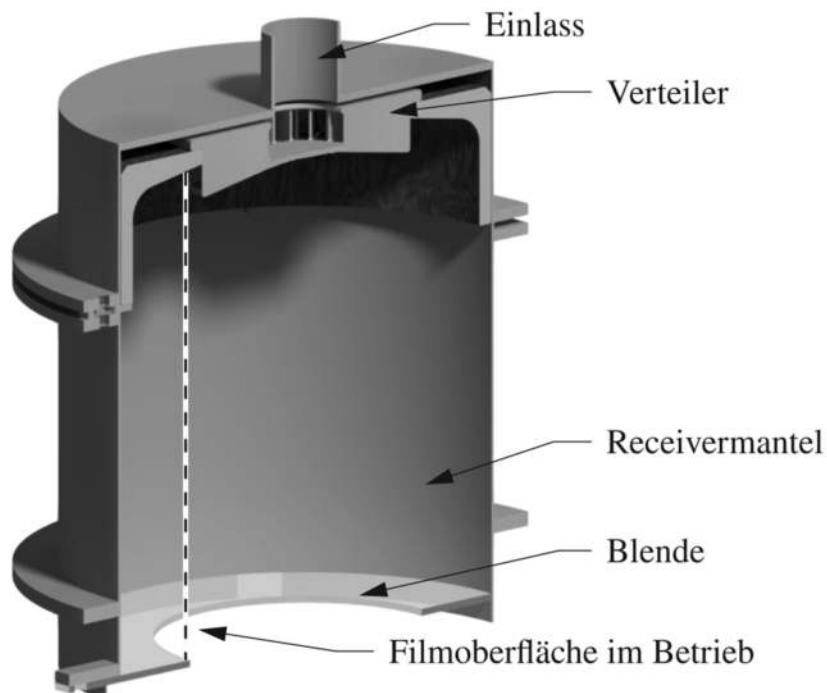
**Tabelle 3-1: Materialeigenschaften Datenblätter: [Saint-Gobain 2004; Carbo Ceramics 2010]. Schüttwinkel, Reibwerte und Fließzahl nach eigenen Messungen. Sphärizität nach Krumbein Sloss EN:ISO 13503-2:2006.**

Bezeichnung	CC13	SG10	SG05
Hersteller	Carbo Ceramics	Saint-Gobain	Saint-Gobain
Produktbezeichnung	CarboHSP 12/18	Proppants 16/30 Sintered Bauxite	Proppants 30/50 Sintered Bauxite
Durchmesser [mm]	1,291 ± 0,35	0,980 ± 0,25	0,458 ± 0,12
Reindichte [kg/m <sup>3</sup> ]	3560	3500	3490
Schüttdichte [kg/m <sup>3</sup> ]	2000	2040	2020
Sphärizität [-]	0,9	0,9	0,9
Rundheit [-]	0,9	n/a	n/a
Schüttwinkel [°] gemäß Abb. 2-4 mittig	32,1 ± 0,5	33,6 ± 0,4	32,0 ± 0,5
Schüttwinkel [°] gemäß Abb. 2-4 links	30,3 ± 0,4	30,9 ± 0,4	30,0 ± 0,4
effektiver Reibwinkel aus Scherversuchen [°]	n/a	31,2 ± 0,6	30,8 ± 0,4
Fließzahl ff <sub>c</sub>	n/a	> 10	> 10

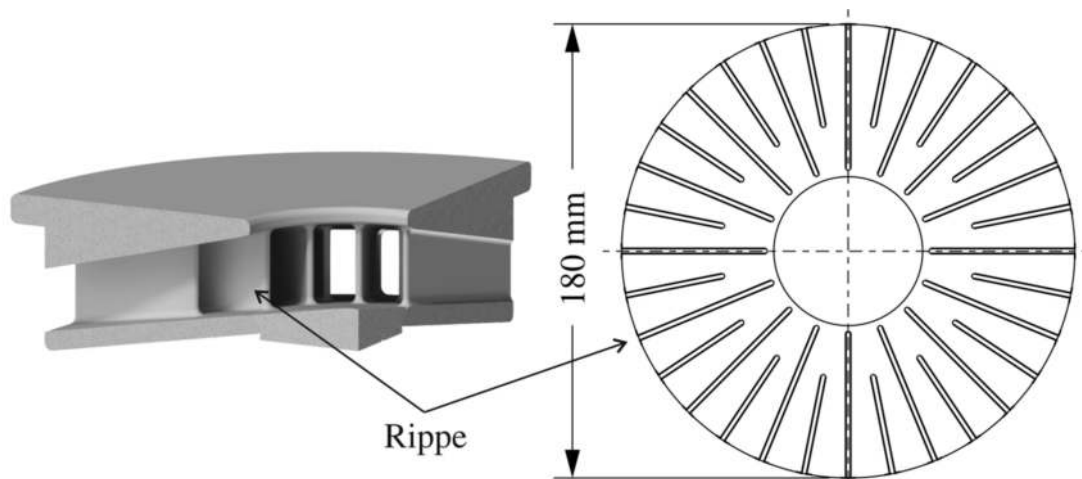
### 3.2 Laborreceiver

Als Ausgangspunkt für die experimentellen Untersuchungen diente der in [Wu 2014] genutzte Laborreceiver. Dieser wurde entsprechend den veränderten Anforderungen angepasst. Eine Skizze des Laborreceivers ist in Abbildung 3-1 zu finden. Die Partikel werden zentral über den Einlass in den Receiver geleitet. Dort werden sie an der Innenseite der Receiverwand verteilt. Der Verteiler besteht aus zwei separaten Teilen: (1) Zentraler Beschleuniger und (2) Auslaufzone. Während der Beschleuniger in [Wu 2014] in einem  $45^\circ$ -Winkel ausgeführt wurde, ist er in dieser Arbeit flach ausgeführt (siehe Abbildung 3-2). Er weist eine Neigung zur Horizontalen von circa  $10^\circ$  auf. Die Rippen ergeben 32 Kanäle, welche die Partikel radial nach außen führen. Die Kanalhöhe nimmt von außen nach innen zu, um somit eine möglichst konstante Querschnittsfläche der Kanäle zu gewährleisten.

Nachdem die Partikel im Beschleuniger Umfangsgeschwindigkeit aufgenommen haben, treten sie über die gekrümmte Auslaufzone (Abbildung 3-1) in den Receiver ein. Die Auslaufzone ist im stationären Betrieb mit der soliden Unterschicht gefüllt und dient lediglich dazu Verluste während der Befüllung zu verringern.



3-1 Laborreceiver



3-2 Verteiler in flacher Bauweise; Links: Rendering eines Viertelausschnittes; rechts: Lage der Rippen.

Im stationären Betrieb fließt der Film axial in Richtung Blende. Diese hat einen Durchmesser von  $206,0 \pm 0,2$  mm bei einem Rundlauf von 0,2 mm bezüglich der Lagerung des Receivers. Der Receivermantel hat einen Durchmesser von 320 mm. Unter der Annahme, dass die Filmoberfläche einen ähnlichen Durchmesser aufweist wie die Blende, können somit zweiphasige Filme bis 55 mm Dicke gewährleistet werden. Im Vergleich zu Abbildung 2-8 erscheint dies als ausreichend für die hier vorgenommenen Experimente.

Die freie Lauflänge zwischen Einlass und Blende beträgt circa 300 mm. In Anbetracht der etwa 100 mm Messbereich der PTV sind somit Ein- und Auslaufeffekte von jeweils 100 mm erlaubt, ohne dass die Messergebnisse beeinträchtigt werden.

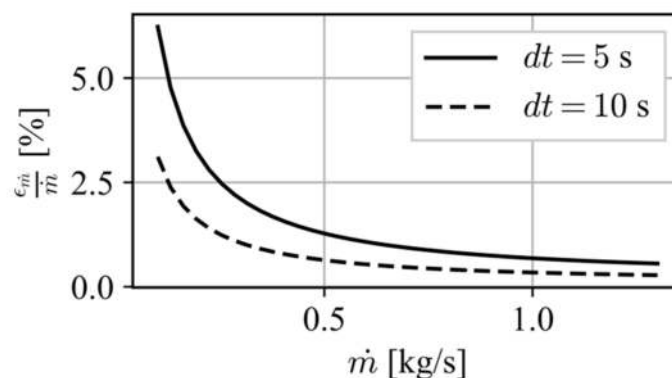
Die Regelung der Drehzahl erfolgt identisch zu [Wu 2014], wodurch eine relative, systematische Messunsicherheit von 0,5 % erreicht wird. Um die erhöhten Massenströme messen zu können wurde ein Zweikammersystem eingesetzt. Es besteht aus einem Vorhaltebehälter. Dieser befüllt eine Messwanne, welche auf einer kalibrierten Wägeeinheit platziert ist. Der Vorhaltebehälter ermöglicht ein periodisches Unterbinden des Massenstroms. Dadurch wird die Wägung bei ruhender Wägeeinheit durchgeführt. Die Massenstrommessung erlaubt Messintervalle von 5 Sekunden oder länger. Für stationäre Messungen werden stets mehrere Minuten gemittelt. In Abbildung 3-3 ist der relative, systematische Messfehler von Einzelmessungen für verschiedene Messintervalle aufgetragen. Laut Herstellerangaben hat die Wägeeinheit einen absoluten, systematischen Fehler nach (3-1), welcher von der Last abhängt. Die maximale Last auf die Wägeeinheit liegt bei 100 kg.

$$\epsilon_m = 2,0 \cdot 10^{-3} + 0,185 \cdot 10^{-3} \cdot m \quad (3-1)$$

Fehler in der Intervallsteuerung des Wägesystems werden vernachlässigt. Die Zeitpunkte der Messung sind durch das Schließen des Vorhaltebehälters definiert. Diese können mit hoher Genauigkeit gemessen werden. Die Messgenauigkeit ist somit durch (3-2) abschätzbar. Es ist ersichtlich, dass diese durch verlängerte Messintervalle beliebig verbessert werden kann.

$$\epsilon_{\dot{m}} \approx \frac{\sqrt{2}}{dt} \epsilon_m \quad (3-2)$$

Die Dosierung des Massenstroms erfolgt mittels justierter Blenden. Diese gewährleisten, dass der zugeführte Massenstrom während des Versuchsbetriebs konstant bleibt.

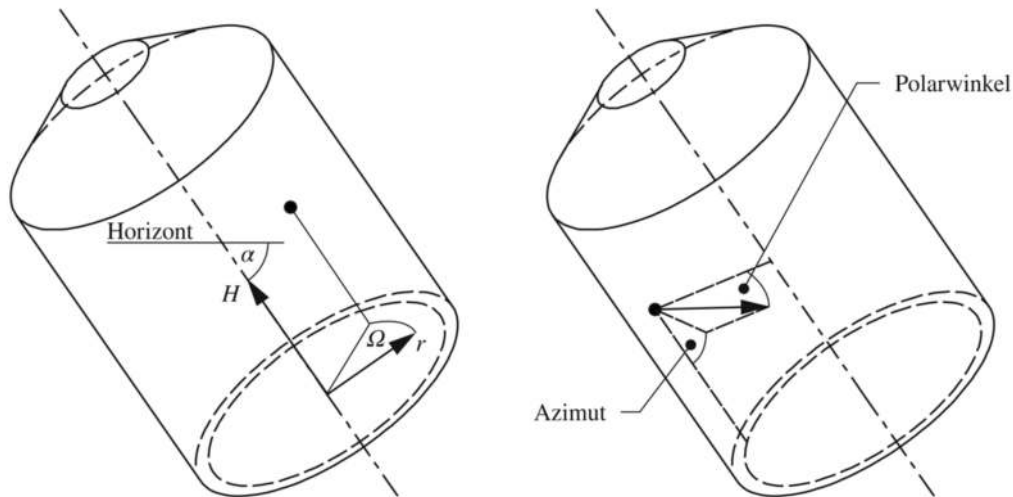


3-3 Messgenauigkeit der Massenstrommessung; relativer Messfehler über erwartetem Massenstrom.

### 3.3 Beschleunigungszustand

Im CentRec Receiver wirken im Wesentlichen zwei Kräfte auf den Granulatfilm: Zum einen die Gewichtskraft, und zum anderen die Zentrifugalkraft. Die Coriolis-Kraft wird vernachlässigt, da die radiale Geschwindigkeit einzelner Partikel vergleichsweise gering ist.

Zwei Koordinatensysteme werden eingesetzt (siehe Abbildung 3-4): Zum einen ein unbewegtes Zylinderkoordinatensystem, zum anderen ein mitbewegtes Kugelkoordinatensystem. Ersteres dient dazu, für einen festen Beobachter die Position im Receiver zu beschreiben. Letzteres dient dazu, für einen mitbewegten Beobachter (z.B. ein Partikel) wirkende Kräfte und deren Richtung zu beschreiben.



3-4 Koordinatensysteme; links: fixiertes Zylinderkoordinatensystem; rechts: mitbewegtes Kugelkoordinatensystem

Der Ursprung des Zylinderkoordinatensystems liegt auf der Rotationsachse des Receivers und der Aperturebene. Positionen werden hierin mit dem Radius  $r$ , der Höhe  $H$  und der Winkelposition  $\Omega$  ausgewiesen. Für geneigte Receiver, d.h. bei einem Neigungswinkel  $\alpha < \pi/4$ , ist die Winkelposition  $\Omega = 0$  am oberen Umkehrpunkt. Die Winkelposition in senkrechten Receivern ist irrelevant.

Das mitbewegte Koordinatensystem hat seinen Ursprung auf einem Radius  $r$  und bei einer Winkelposition  $\Omega$ . Die Höhe des Punktes im Receiver ist durch  $H$  gegeben. Da außerhalb der Ein- und Auslaufzone ein axial homogenes Fließverhalten zu erwarten ist, kann die Höhe meist vernachlässigt werden. Punkte und Vektoren werden hierin mittels Betrag, Azimut  $\varphi$  und Polarwinkel beschrieben. Ein Azimut-Winkel von Null entspricht einer Ausrichtung zur Apertur hin. Ein Azimut-Winkel von  $\pm 90^\circ$  entspricht einer Ausrichtung exakt in oder gegen den Drehsinn des Receivers.

Zur Betrachtung der effektiv wirkenden Beschleunigung auf eine beliebige Position im Film wird zunächst eine dimensionslose Drehzahl (Froude-Zahl) eingeführt.

$$\text{Fr} = \frac{r\omega^2}{g} \quad (3-3)$$

Hierin ist  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit des Receivers. Die effektiv wirkende Beschleunigung ist im Kugelkoordinatensystem folgendermaßen definiert:

$$\vec{a}_{\text{eff}} = \begin{bmatrix} \text{Betrag} \\ \text{Azimut} \\ \text{Polarwinkel} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g \sqrt{\text{Fr}^2 - 2 \cdot \text{Fr} \cos(\alpha) \cos(\Omega) + 1} \\ \text{atan}(\cot(\alpha) \sin(\Omega)) \\ \text{acos} \frac{\cos(\alpha) \cos(\Omega) - \text{Fr}}{\sqrt{\text{Fr}^2 - 2 \cdot \text{Fr} \cos(\alpha) \cos(\Omega) + 1}} \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

Analog zum Polarwinkel kann eine effektive Neigung definiert werden:

$$\Theta_{\text{eff}} = \pi - \text{acos} \frac{\cos(\alpha) \cos(\Omega) - \text{Fr}}{\sqrt{\text{Fr}^2 - 2 \cdot \text{Fr} \cos(\alpha) \cos(\Omega) + 1}} \quad (3-5)$$

Dieser Winkel beschreibt die scheinbare Neigung der als Ebene gedachten Receiverwand in einem definierten Punkt  $[H, r, \Omega]$  im Film. Sie entspricht somit dem Verhältnis aus scheinbarer Hangabtriebskraft entlang der Receiverwand und Normalkraft senkrecht zur Receiverwand.

Für senkrechte Receiver vereinfachen sich (3-4) und (3-5) zu:

$$\vec{a}_{\text{eff}} = \begin{bmatrix} g \sqrt{\text{Fr}^2 + 1} \\ 0 \\ \text{acos} \frac{-\text{Fr}}{\sqrt{\text{Fr}^2 + 1}} \end{bmatrix} \stackrel{\text{Fr} > 0}{\iff} \begin{bmatrix} g \sqrt{\text{Fr}^2 + 1} \\ 0 \\ \frac{\pi}{2} + \text{atan}(\text{Fr}) \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

$$\Theta_{\text{eff}} = \frac{\pi}{2} - \text{atan}(\text{Fr}) \quad (3-7)$$

Hierbei entspricht die Zentrifugalkraft der scheinbaren Normalkraft auf den Film, und die Gewichtskraft entspricht der Hangabtriebskraft. In diesem Fall sind Polarwinkel und effektive Neigung lediglich von der Froude-Zahl abhängig. Für höhere Drehzahlen wird die scheinbare Normalkraft zunehmen, während die scheinbare Hangabtriebskraft gleich bleibt<sup>6</sup>. Somit wird die effektive Neigung der Ebene sinken. Die effektive Neigung kann also genutzt werden um den lokalen Beschleunigungszustand mit entsprechenden Erkenntnissen aus Kapitel 2.4 zu vergleichen.

<sup>6</sup> Dies gilt auch für äquivalent höhere Radien.

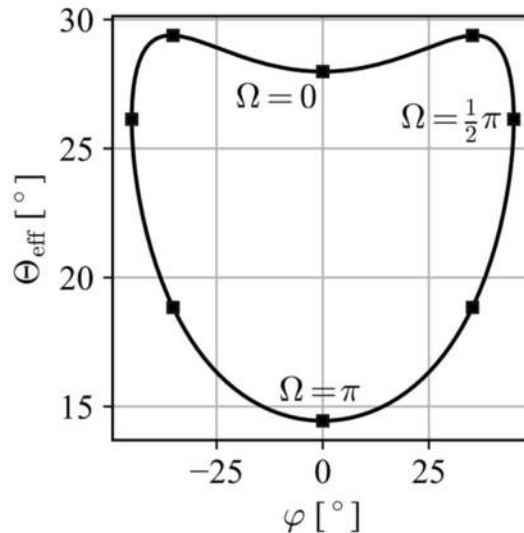
So wird beispielsweise in Kapitel 2.4.1 beschrieben, dass eine Ebene einen minimalen Winkel aufweisen muss, damit der Film einphasig fließt. Dieser Winkel ist je nach Material unterschiedlich. Ist die Ebene flacher, so wird sich stets ein zweiphasiger Film einstellen. Analoges kann über die effektive Neigung im CentRec Receiver ausgesagt werden. Wird die Froude-Zahl zu hoch gewählt, so wird sich eine geringe, effektive Ebene einstellen und der Film wird entsprechend zweiphasig fließen.

### **Nebenbemerkung bei geneigter Drehachse**

Während im senkrechten Receiver der Beschleunigungszustand recht einfach zu fassen ist, so stellt sich bei nicht-senkrechten Receivern ein komplexes Beschleunigungsfeld ein. Ein mitbewegter Beobachter erfährt eine periodisch wechselnde Belastung. Dies liegt darin begründet, dass Zentrifugalkraft und Gewichtskraft je nach Position konstruktiv oder destruktiv zusammenwirken. Charakteristische Zustände sind hierbei die Winkelpositionen  $\Omega = [0, \pm \frac{\pi}{2}, \pi]$ . Bei  $\Omega = 0$  (oben) wirkt die Gewichtskraft in den Receiver hinein. Somit wirkt sie zum Teil in Richtung Apertur und gleichzeitig wirkt sie entgegen der Zentrifugalkraft. Für  $\Omega = \pm \pi/2$  (seitlich) wirkt die Gewichtskraft stets senkrecht zur Zentrifugalkraft. Sie wirkt exakt entlang der Filmoberfläche. Allerdings beinhaltet sie sowohl eine zur Apertur gerichtete Komponente, als auch eine seitlich gerichtete Komponente. Bei  $\Omega = \pi$  (unten) liegt entsprechend der komplementäre Fall zu  $\Omega = 0$  vor: Zentrifugalkraft und (ein Teil der) Gewichtskraft wirken gemeinsam nach außen.

Für ein vereinfachtes Verständnis soll hier der lokale Beschleunigungszustand mittels effektiver Neigung und Azimut-Winkel beschrieben werden. Erstere ist ein Maß für eine gefühlte Abwärtsbeschleunigung eines Partikels entlang einer Ebene. Letzteres ist die Orientierung dieser Abwärtsbeschleunigung relativ zur Apertur des Receivers. Für  $\varphi = 0$  wird das Partikel exakt in Richtung der Apertur beschleunigt. Andernfalls erfährt das Partikel eine seitliche Beschleunigung, in oder entgegen der Drehrichtung des Receivers. Abbildung 3-5 zeigt dies für einen um  $\alpha = 45^\circ$  geneigten Receiver. Beginnend bei  $\Omega = 0$  (oben) vollzieht der mitrotierende Beobachter eine Umdrehung. Zunächst stellt dieser fest, dass er immer mehr zur Seite hin abgelenkt wird ( $\varphi > 0$ ). Bei  $\Omega = \pi/2$  liegt die Gewichtskraft exakt tangential zur Filmoberfläche, sodass diese sowohl in Richtung der Apertur als auch seitlich wirkt. Die Partikel erfahren in diesem Punkt die maximale, seitliche Beschleunigung mit einem Azimut-Winkel von  $\varphi = 90^\circ - \alpha = 45^\circ$  zur Apertur hin. Für Receiver mit höherer Neigung der Rotationsachse sinkt der maximale Azimuth-Winkel entsprechend.





3-5 Beschleunigungszustand bei geneigten Receivern; effektive Ebenenneigung über Azimut-Winkel; Neigung der Rotationsachse  $\alpha = 45^\circ$ ; Froude-Zahl  $Fr = 4$ . Quadrate geben Winkelpositionen in  $\pi/4$  Schritten an. Ein senkrechter Receiver hätte bei gleicher Froude-Zahl eine effektive Neigung von etwa  $26^\circ$ .

Daraufhin verringert sich die effektive Neigung der Ebene. Dies liegt darin begründet, dass nun Zentrifugalkraft und Gewichtskraft immer mehr zusammenwirken. Bei  $\Omega = \pi$  wirken schließlich beide Kräfte radial nach außen, wobei ein gewisser Anteil der Gewichtskraft das Partikel weiterhin zur Apertur beschleunigt. Nachdem dieser untere Punkt durchschritten wurde, nimmt die effektive Ebenenneigung wiederum zu. Das Partikel wird nun zur anderen Seite hin beschleunigt ( $\varphi < 0$ ). In geneigten Receivern ist demnach eine Zick-Zack Bewegung der Partikel zu erwarten. Entsprechende Beobachtungen in [Ebert, Amsbeck et al. 2016] bestätigten dies.

Man vergleiche die effektive Neigung mit den Start- und Stop-Bedingungen für einphasige Filme aus Abbildung 2-6. Dort wurden zwei charakteristische Grenzen festgestellt: Eine untere Grenze, unterhalb der sich ein einphasiger Film nicht einstellen kann, und stattdessen ein zweiphasiger Film zu beobachten ist ( $< 22^\circ$ ). Außerdem eine obere Grenze, oberhalb welcher lediglich ein instabiler Film vorliegen wird ( $> 30^\circ$ ). Bei  $\Omega = \frac{1}{4}\pi$  oder  $\Omega = \frac{7}{4}\pi$  wird fast die obere Grenze erreicht, wodurch ein instabiler Film möglich ist. Im unteren Bereich des Receivers  $\Omega \in [\frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi]$  wird sich hingegen ein zweiphasiger Film ausbilden. Hier ist die effektive Neigung gering genug, um eine solide Unterschicht auszubilden. Im restlichen Teil des Receivers ist stattdessen mit einem einphasigen Film zu rechnen. Geneigte Receiver können demnach ein recht komplexes Fließverhalten aufweisen. Im Folgenden beschränkt sich diese Arbeit auf Receiver mit senkrechter Rotationsachse. Außerdem wird meist von einem zylindrischen Film ausgegangen; mit Ausnahme in Kapitel 4.1.

### 3.4 Zur Normierung des charakteristischen Volumenstroms

Aus der Literatur bekannte Fälle betrachten meist nur fließende Schüttungen im Erdschwerefeld. Da im CentRec Receiver eine andere effektive Beschleunigung herrscht wird im Folgenden besprochen, ob Kenngrößen demnach anders ermittelt werden müssen.

Teil der Inertial-Zahl  $I = \dot{\gamma}d/\sqrt{P/\rho_p}$  ist unter anderem der hydrostatische Druck  $P$ . Dieser wird ausschließlich durch die senkrecht zur Oberfläche wirkenden Volumenkräfte beeinflusst. Das (zweifache) Integral der Inertial-Zahl ist äquivalent zum charakteristischen Volumenstrom. Somit liegt es nahe, dass auch der charakteristische Volumenstrom mittels der senkrechten Komponente  $g_{\perp}$  normiert wird. Erst dadurch wird der Einfluss des Fließwinkels formal korrekt wiedergegeben:

$$Q = \frac{\dot{m}}{\rho_p \phi \cdot W \cdot d \sqrt{g_{\perp} d}} \quad (3-8)$$

In der Herleitung ihres Modells schreiben [Jop, Forterre et al. 2005] zur Normierung der Inertial-Zahl:

„In the constitutive law  $I_0$  should be a constant, whereas it depends on  $\theta$  through the term  $\sqrt{\cos(\theta)}$ . However, this term does not vary much in the experimental range, such that we may think that it is missing in the [basal friction coefficient] coming from the experimental data.“

Sie vernachlässigen offensichtlich die Neigung des Films; hier  $\theta$  benannt. Dieser Schritt ist berechtigt, da das Modell auf Filme im Erdschwerefeld beschränkt ist und sich der Fließwinkel in ihrem Messbereich nicht signifikant ändert.

Ähnliches legen auch die Ergebnisse aus [Brucks, Arndt et al. 2007] nahe. Auch hier wird stets das gleiche Material genutzt. Sie haben Trommelversuche in einer Zentrifuge durchgeführt, und somit die effektive Beschleunigung ändern können. In der Auswertung ignorieren sie den Fließwinkel ebenso.

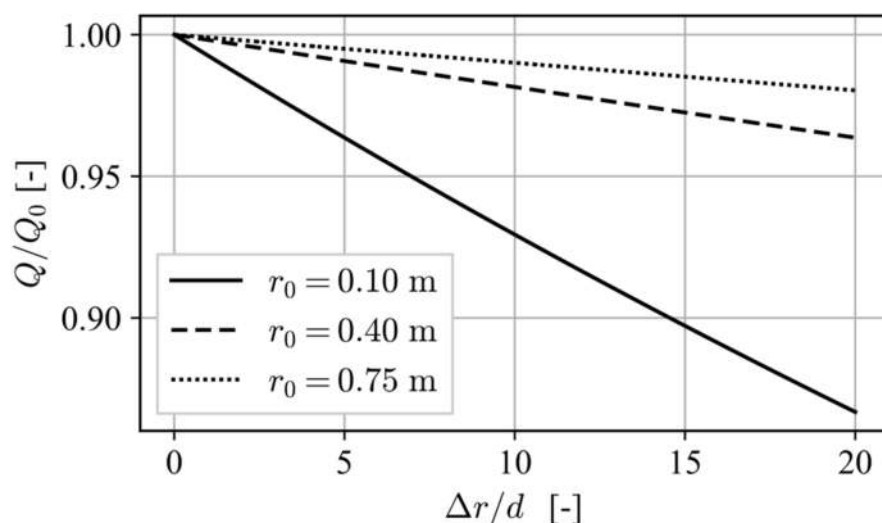
Die in dieser Arbeit genutzten Granulate weisen ähnliche Fließwinkel auf. Variiert der Volumenstrom, so ändert sich der Fließwinkel außerdem nicht (Details in Kapitel 4.1). Allerdings ändert sich die effektive Beschleunigung über der Filmtiefe. Für große Receiver ist dies vermutlich vernachlässigbar. Daher wird auch hier die Normierung nach (2-4) genutzt. Etwaige Fehler sind Skaleneffekten zuzuschreiben, welche im folgenden Kapitel beschrieben werden.

### 3.5 Skaleneffekte

Aus der Definition des charakteristischen Volumenstroms (3-8) ergibt sich das Problem, dass sowohl die Breite des Kanals, als auch die lokale Beschleunigung notwendig sind, um diesen zu normieren. Beide Größen sind im CentRec Receiver wiederum vom Radius abhängig. Während also in den aus der Literatur bekannten Versuchen der charakteristische Volumenstrom eindeutig definiert ist, hängt dessen Definition im CentRec Receiver maßgeblich vom Bezugsradius ab. Zum Vergleich wird in Abbildung 3-6 der relative Wert des charakteristischen Volumenstroms je nach Bezugsradius gezeigt. Als Referenz wird hierbei ein Oberflächenradius  $r_0$  vorgegeben.

Prinzipiell nimmt der charakteristische Volumenstrom mit zunehmendem Bezugsradius ab. Je nach Betriebspunkt und Granulat ist der liquide Teil des Films in den hier vorgestellten Messungen bis zu 20 Partikeldurchmesser dick. Abbildung 3-6 zeigt, dass dies in kleinen Receivern nicht vernachlässigbar ist. Dadurch entstehen gegebenenfalls Skaleneffekte, welche in großen Receivern nicht in diesem Ausmaße zu erwarten sind. So zeigt die gepunktete Linie beispielsweise den Verlauf im aktuell entwickelten CentRec 500 Testreceiver (siehe [Ebert, Amsbeck et al. 2016]).

Um möglichst aussagekräftige Messungen zu erhalten beschränken sich die Messreihen demnach auf dünne Filme. Außerdem werden drei ähnliche Materialien mit sehr unterschiedlichen Partikeldurchmessern genutzt. Messungen bei äquivalentem Volumenstrom müssten in allen drei Materialien gleiche Ergebnisse liefern. Ist dies nicht der Fall, so sind vermutlich Skaleneffekte der Grund dafür.



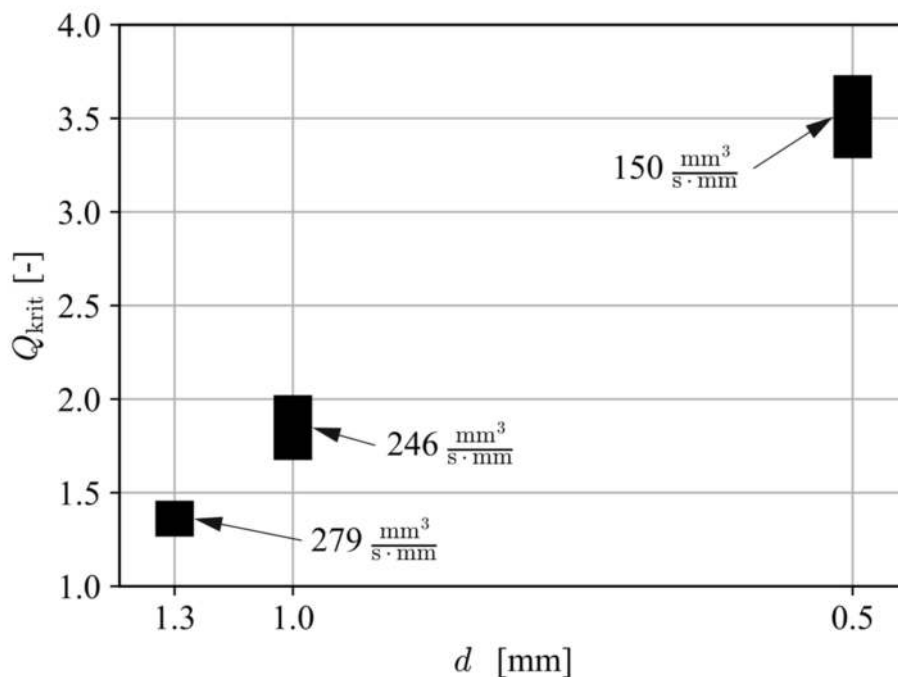
3-6 charakteristischer Volumenstrom je nach Bezugsradius; Partikeldurchmesser: 0,5 mm.

### 3.6 Kritischer Volumenstrom

Um abzuschätzen ob Lawinen auftreten wurde bei verschiedenen Massenströmen eine PTV Messung durchgeführt. Details der PTV werden in Kapitel 5 behandelt. Eine Lawine ist anhand von drei Kriterien erkennbar: (1) Einbruch der Anzahl momentan verfolgter Partikel, (2) signifikante Änderungen der gemessenen Oberflächengeschwindigkeit und (3) äquivalente Änderung des Radius der Oberfläche. Der erste Punkt ist darin begründet, dass in Lawinen sehr turbulente Strömungsverhältnisse vorliegen. Somit sind Tracer nur sehr kurze Zeit an der Oberfläche der Lawine sichtbar.

Folgt man [Jop, Forterre et al. 2005] (vergleiche Kapitel 2.4.2) so muss festgehalten werden, dass der kritische Volumenstrom mit der Breite des Kanals steigt. Da es im CentRec Receiver keine Seitenwände gibt, kann dieser als Grenzfall für unendlich breite Kanäle aufgefasst werden. Somit sollte der kritische Volumenstrom unabhängig vom Umfang des CentRec Receivers sein. Gleichzeitig zeigen die Granulate sehr ähnliche Fließigenschaften, wodurch angenommen werden kann, dass für alle Granulate der kritische Volumenstrom identisch ist.

Die gemessenen kritischen Volumenströme sind in Abbildung 3-7 dargestellt. Zusätzlich sind die zu Grunde liegenden Volumenströme pro Umfang angegeben. Als Referenzradius für die Berechnung des charakteristischen Volumenstroms wurde die Filmoberfläche genutzt (vergleiche Kapitel 3.5).



3-7 kritischer Volumenstrom für genutztes Material; Die Balken geben die Unsicherheit an. Auf der Abszisse ist der Kehrwert des Partikeldurchmessers aufgetragen. Der gemessene Volumenstrom pro Umfang ist zum Vergleich mit angegeben.

Die Ergebnisse liegen im erwarteten Bereich von 1 bis 6 (vergleiche Abbildung 2-7). Allerdings weisen sie eine Abhängigkeit vom Partikeldurchmesser auf. Da alle Messungen bei gleichem Umfang durchgeführt wurden liegt es zunächst nahe, dass der kritische Volumenstrom mit dem Verhältnis aus Umfang zu Partikeldurchmesser  $W/d$  skaliert; ähnlich wie es auch [Jop, Forterre et al. 2005] berichten. Allerdings widerspricht dies der obigen Annahme, dass der CentRec Receiver gleich einem unendlich breiten Kanal ist und somit der Umfang keinen Einfluss hat.

In Abbildung 2-7 sind Ergebnisse für 0,5 mm [Jop, Forterre et al. 2005] und 0,33 mm [Lemieux & Durian 2000] große Glasperlen aufgetragen. Hierbei zeigen die kleineren Perlen einen geringfügig höheren kritischen Volumenstrom als größere Perlen bei gleicher Kanalbreite. Dies entspräche der Vermutung, dass der kritische Volumenstrom vom Partikeldurchmesser und nicht von der Kanalbreite abhängt. Gegenüber den dokumentierten Messfehlern ist dieser Unterschied allerdings nicht groß genug.

Zukünftige Untersuchungen müssen zeigen, ob der kritische Volumenstrom mit dem Blendendurchmesser und/oder mit dem Partikeldurchmesser skaliert. Eine Variation des Blendenradius war im aktuellen Laborreceiver nicht in ausreichendem Umfang möglich. Bis auf weiteres wird angenommen, dass der kritische Volumenstrom nicht mit dem Blendendurchmesser skaliert, sondern lediglich mit dem Partikeldurchmesser.

### 3.7 Betriebsparameter

Um im Laborreceiver möglichst relevante Betriebszustände zu simulieren, werden im Folgenden die Anwendungsfälle von kommerziellen CentRec Receivern betrachtet. Sowohl das Heliostatenfeld als auch der nachgeschaltete Prozess bedingen den Betriebspunkt des Receivers. In diesem Abschnitt werden grundsätzliche Annahmen getroffen in welchen Anwendungsfällen der CentRec Receiver eingesetzt werden könnte und wie sich demnach die Betriebsbedingungen ändern. Für die Fließeigenschaften ist hierbei zunächst der charakteristische Volumenstrom von Interesse. Es wird also untersucht in welchen Bereichen dieser zu erwarten ist.

Wichtige Prozessgrößen sind die thermische Leistung des Receivers, obere und untere Temperatur des WTM sowie der Wirkungsgrad des Receivers  $\eta_{th} = P_{solar}/P_{th}$ . Aus der Definition des charakteristischen Volumenstroms (2-4) ergibt sich folgende Proportionalität für den Designfall, d.h. bei voller Einstrahlung (Herleitungen für (3-9) und (3-10) siehe Anhang A).

$$Q \propto \frac{\sqrt{P_{\text{th}} \cdot \dot{q}_{\text{ap}}''}}{\int c_p d\vartheta \cdot d \sqrt{d}} \quad (3-9)$$

Der charakteristische Volumenstrom wird mit der thermischen Leistung  $P_{\text{th}}$  und der mittleren Strahlungsdichte in der Apertur  $\dot{q}_{\text{ap}}''$  steigen. Gleichfalls sinkt der charakteristische Volumenstrom mit der Enthalpieänderung  $\int c_p d\vartheta$  und dem Partikeldurchmesser  $d$ . Im Folgenden werden grobe Annahmen zu diesen Prozessgrößen ermittelt, um eine Abschätzung des charakteristischen Volumenstroms für CentRec Anwendungen zu erhalten (siehe (3-10)).

Im Designfall ist die Temperatur des WTM  $\vartheta$  im Allgemeinen durch den nachgeschalteten Prozess definiert. Die Wahl der Receiverleistung  $P_{\text{th}}$  ist nur bedingt möglich. Ähnliches gilt für die mittlere Strahlungsdichte  $\dot{q}_{\text{ap}}''$  in der Apertur. Auch die Wahl des Granulates und somit der Partikeldurchmesser  $d$  ist beschränkt. Zu kleine Durchmesser (Pulver) wirken sich beispielsweise negativ auf den Receiver aus, da diese zu Agglomeration oder Kohäsion neigen und leichter durch Wind ausgetragen werden. Gleichzeitig muss der nachgeschaltete Wärmetauscher berücksichtigt werden. So weisen [Schlünder & Tsotsas 1988] darauf hin, dass kleinere Partikeldurchmesser den Wärmeübertrag in Rohrbündel-Wärmeübertragern positiv beeinflussen. Gleiches gilt auch für Wirbelschicht-Wärmeübertrager. Andererseits haben [Baumann & Zunft 2015] kaum Unterschied in der effektiven Wärmeleitfähigkeit von Bauxit mit unterschiedlichen Partikeldurchmessern gemessen. Dieses Feld wird aktuell erforscht und muss in Zukunft entsprechend berücksichtigt werden [Baumann 2015; Bartsch 2016].

Die hier betrachtete Receiverleistung wird zwischen 500 kW<sub>th</sub> und 600 MW<sub>th</sub> abgeschätzt. Erstere ergibt sich aus Überlegungen zum CentRec Prototypen, welcher am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) entwickelt wird [Ebert, Amsbeck et al. 2016]. Der aktuell leistungsfähigste, kommerziell eingesetzte Receiver weist in etwa eine Leistung von 700 MW<sub>th</sub> auf<sup>7</sup>. Allerdings muss beachtet werden, dass bei senkrechten CentRec Receivern wesentlich größere Türme benötigt werden, was in Leistungsklassen größer 200 MW<sub>th</sub> gegebenenfalls unwirtschaftlich ist<sup>8</sup>.

---

<sup>7</sup> Abschätzung für Crescent Dunes [SolarReserve LLC 2012]: 110 MW<sub>el</sub> bei Solar Multiple von 2,5 (siehe auch [Fritsch 2018])

<sup>8</sup> Vergleiche beispielsweise Crescent Dunes (externer Receiver, 110 MW<sub>el</sub>, 195 m Turmhöhe) mit Khi Solar One (Cavity Receiver, 50 MW<sub>el</sub>, 200 m Turmhöhe) [SolarReserve LLC 2012; NREL]. Oder auch [Falcone 1986 Kapitel 4.3].

Heutige Turmsysteme arbeiten meist mit einem Dampfprozess und nutzen als WTM unter anderem Flüssigsalz. In diesen Systemen werden Prozesstemperaturen von 290 °C und 565 °C für Ein- und Auslass des Receivers genutzt [Strauß 2009]. Allerdings nutzen diese noch nicht das volle Potential von Partikel als WTM. In [Wu, Gobereit et al. 2011] wurde für CentRec Receiver ein Betriebspunkt mit 600 °C Einlass- und 900 °C Auslasstemperatur betrachtet, welcher für Gasturbinen optimiert wurde. Allerdings könnte es ebenfalls vorteilhaft sein, die hohe zulässige Temperatur des WTM zu nutzen um eine höhere Speicherdichte zu erhalten. Es werden in dieser Abschätzung Systeme mit Prozesstemperaturen von 290 °C (Einlass) und 900 °C (Auslass) betrachtet. Dies ist ebenso für Anwendungen interessant, in denen nicht die Gesteherung von Elektrizität, sondern Prozesswärme das Ziel ist.

Um Teillastfälle durch verringerte Einstrahlung zu betrachten ist es ebenfalls notwendig, den Receiverwirkungsgrad  $\eta$  abzubilden. Hierfür wird die Kennlinie aus [Wu 2014] genutzt (siehe (2-1)). Es wird außerdem angenommen, dass diese lediglich von den geometrischen Verhältnissen abhängt und unabhängig von der Größe des Receivers ist. Daten zur spezifischen Wärmekapazität des Granulates  $c_p$  finden sich in [Ho, Khalsa et al. 2009; Siegel, Ho et al. 2010] oder [Wu 2014].

Da in CentRec Receivern die Einstrahlung direkt absorbiert wird, gibt es effektiv keine Beschränkung der Strahlungsdichte. Allerdings muss die Strahlung durch die Apertur geführt werden. Dies beschränkt die mittlere Strahlungsleistung durch die Apertur. Salzsysteme arbeiten meist mit mittleren Strahlungsdichten von etwa 0,5 MW/m<sup>2</sup>. Dies ist allerdings der thermischen Stabilität des WTM und dem geringen Wärmedurchgang geschuldet [Vant-Hull 2002]. Übliche CSP Turmkraftwerke können Strahlungsdichten von 1 MW/m<sup>2</sup> erreichen. Höhere Strahlungsdichten von bis zu 2,5 MW/m<sup>2</sup> erscheinen allerdings ebenso realistisch [Amsbeck, Behrendt et al. 2014].

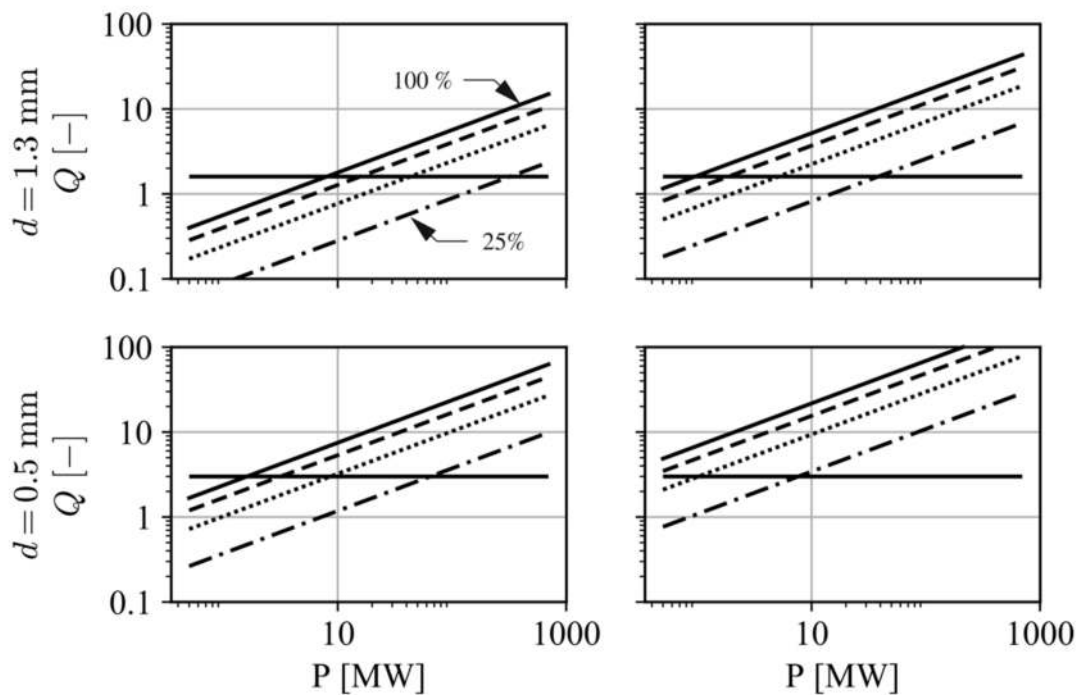
Unter Berücksichtigung dieser Einflussgrößen lässt sich (3-9) erweitern. Somit ist der charakteristische Volumenstrom nach folgender Gleichung abzuschätzen.

$$Q \approx \frac{\xi \eta(\xi)}{2\rho d \frac{r_0}{r_{ap}} \int c_p d\vartheta} \sqrt{\frac{P_{th} \dot{q}'_{ap}}{a_{eff} d \cdot \pi \eta(1)}} \quad (3-10)$$

Hierin sind  $\xi$  der Leistungsfaktor zwischen Null und Eins (siehe (2-1)), und  $r_0/r_{ap}$  das Verhältnis zwischen dem Radius der Filmoberfläche und der Apertur. Dieser ist durch die Konstruktion des CentRec Receivers gegeben und ist größer oder gleich Eins. In Abbildung 3-8 wird (3-10) beispielhaft für unterschiedliche

Konfigurationen dargestellt. Zum einen wird der Partikeldurchmesser  $d$  variiert. Zum anderen wird eine hohe Enthalpieänderung  $\int c_p d\vartheta$  (290 °C auf 900 °C) und eine niedrige Enthalpieänderung (290 °C auf 565 °C) dargestellt.

Für die untersuchten Granulate wurde der kritische Volumenstrom entsprechend der Ergebnisse aus Kapitel 3.6 eingezeichnet. Die Wahl des Granulates bietet einen gewissen Spielraum, um einen möglichst überkritischen Betrieb zu erreichen. Für Prozesse mit hoher Enthalpieänderung erkennt man allerdings, dass Receiver mit geringer Leistung ( $< 2$  MW) fast ausschließlich im unterkritischen Bereich betrieben werden. Receiver höherer Leistung werden zumindest in Teillast ebenfalls unterkritisch betrieben. Prozesse mit niedriger Enthalpieänderung können hingegen bereits bei geringer Leistung (500 kW) überkritisch betrieben werden. Aber auch hier sind bei Teillast unterkritische Zustände zu erwarten.



**3-8** Charakteristischer Volumenstrom von CentRec im Designfall (100 %) und Teillast (75 %, 50 % und 25 %). Links: Prozesse mit hoher Enthalpieänderung (290 bis 900 °C). Rechts: Prozesse mit niedriger Enthalpieänderung (290 bis 565 °C). Oben: große Partikel (1,3 mm). Unten: kleine Partikel (0,5 mm). Mittlere Strahlungsdichte in der Apertur: 1,0 MW/m<sup>2</sup>. Materialdaten für Bauxit, Geometrie  $r_0/r_{ap} = 1, 25$  und Wirkungsgrad nach (2-1). Horizontale Linie gibt den gemessenen kritischen Volumenstrom an (siehe Kapitel 3.6). Logarithmische Skalierung beachten.



Den bisher beschriebenen Ergebnissen lag stets eine senkrechte Rotationsachse zu Grunde. Wie bereits in Kapitel 3.3 beschrieben, weisen CentRec Receiver mit geneigter Rotationsachse zeitlich variierende Beschleunigungszustände auf. Dabei wird zeitweise eine geringere, effektive Beschleunigung erreicht, als in einem äquivalenten Receiver mit senkrechter Rotationsachse. Daraus lässt sich die Hypothese ableiten, dass für geneigte Receiver zumindest zeitweise höhere charakteristische Volumenströme vorherrschen. Diese Receiver könnten demnach entsprechend überkritische Zustände aufweisen. Da keine praktischen Untersuchungen hierzu durchgeführt wurden, soll diese Hypothese in Kapitel 8 weiter skizziert werden.



## 4 Modell

Nachdem in Kapitel 2 die Grundlagen zur Modellierung von Granulaten beschrieben wurde, folgt nun zunächst eine Beschreibung der Geometrie des Film, abhängig zu den Betriebsbedingungen. Dies dient insbesondere dazu die exakten Bedingungen für einen zylindrischen Film zu ermitteln. Daraufhin wird ein Modellansatz hergeleitet, welcher auf der Idee beruht, den Granulatfilm als Kontinuum zu beschreiben. Dieser Ansatz folgt strikt dem bereits in Kapitel 2 vorgestellten Ansatz nach [Jop, Forterre et al. 2006]. Notwendige Anpassungen werden detailliert. Es wird insbesondere festgestellt, dass die Modelle durch Messungen im Laborreceiver vervollständigt werden müssen. Dies ist in Kapitel 6 dokumentiert. Zusätzlich wird ein wesentlich vereinfachter Ansatz beschrieben, welcher rein auf den in Kapitel 2.4.2 beschriebenen Beobachtungen beruht. Dieser Ansatz dient als Referenz, um die Aussagekraft beider Modelle zu vergleichen.

### 4.1 Geometrie der Filmoberfläche

Für den CentRec Receiver liegt es aufgrund der zylindrischen Krümmung des Granulatfilms nahe, diesen analog zu einer Schüttung in einem unendlich breiten Kanal zu betrachten. Die Implikationen aus dieser Annahme werden in diesem Kapitel näher betrachtet.

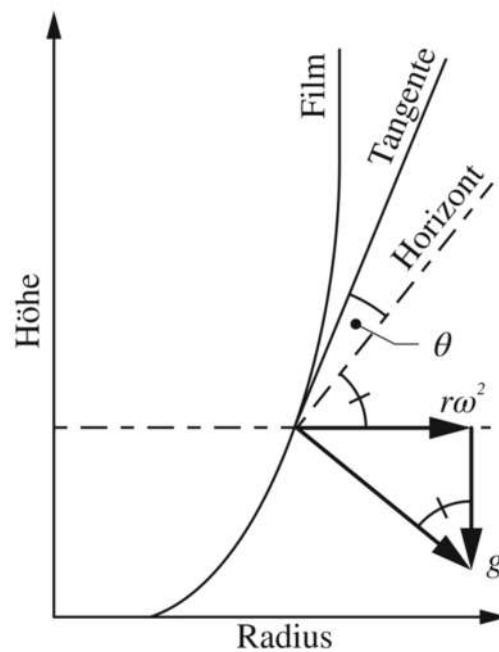
Wie bereits in Kapitel 2.4.2 beschrieben wurde, nähert sich der Fließwinkel des zweiphasigen Films für steigende Kanalbreiten einem konstanten Winkel an. Gleichzeitig verringert sich der Einfluss des charakteristischen Volumenstroms bzw. verschwindet ganz. Aus [Brucks, Arndt et al. 2007] (vergleiche Kapitel 2.4.3) lässt sich außerdem festhalten, dass der Fließwinkel nicht durch eine Änderung der effektiven Beschleunigung beeinflusst wird. Somit wird im Folgenden angenommen, dass der Film stets im selben Fließwinkel zum effektiven Horizont abfließt. Dies sei unabhängig vom Radius, der Drehzahl oder dem Volumenstrom (vorausgesetzt dieser ist größer als der kritische Volumenstrom). Als Abschätzung für den Fließwinkel liegt gemäß Kapitel 2.4.2 der Modellparameter  $\mu_1$  nahe.

Um die folgende Modellierung zu vereinfachen wird außerdem angenommen, dass der liquide Teil des Films eine vernachlässigbare Dicke aufweist. Anhand der effektiven Beschleunigung lässt sich für den Verlauf des Films entlang der

Höhe des Receivers folgende Differentialgleichung aufstellen (vergleiche Abbildung 4-1). Für jeden Punkt  $[H, r]$  im Receiver<sup>9</sup> ist der lokale Beschleunigungszustand durch  $r\omega^2$  und  $g$  eindeutig definiert. Senkrecht zur kombinierten Beschleunigung liegt der lokale, effektive Horizont (gestrichelte Linie in Abbildung 4-1). Der Film wird in einem Fließwinkel  $\theta$  zum lokalen, effektiven Horizont abfließen.

$$\begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial H} - \cot \left( \operatorname{atan} \frac{r\omega^2}{g} + \operatorname{atan} \mu_s \right) &= 0 \\ \frac{\partial r}{\partial H} - \tan \left( \operatorname{atan} \frac{g}{r\omega^2} - \operatorname{atan} \mu_s \right) &= 0 \end{aligned} \quad (4-1)$$

Hier sind  $\theta = \operatorname{atan} \mu_s$  der statische Fließwinkel und  $r(H)$  der lokale Radius des Films. Beide in (4-1) angegebenen Differentialgleichungen sind äquivalent. Eine detaillierte Lösung der Differentialgleichung findet sich im Anhang B.



4-1 Filmgeometrie bei konstantem Fließwinkel

<sup>9</sup> Da es sich hier um einen Receiver mit senkrechter Rotationsachse handelt, ist der Azimut-Winkel irrelevant und kann ignoriert werden.

Die allgemeine Lösung ist gegeben durch

$$r(H) = r_\infty \cdot \left( 1 + (\mu_s^2 + 1)W(\eta) \right) \quad (4-2)$$

$$r_\infty = \frac{g}{\omega^2 \mu_s} \quad (4-3)$$

$$\eta(H) = \frac{-C_1}{\mu_s^2 + 1} \cdot \exp\left(-\frac{\mu_s \frac{H}{r_\infty} + 1}{\mu_s^2 + 1}\right) \quad (4-4)$$

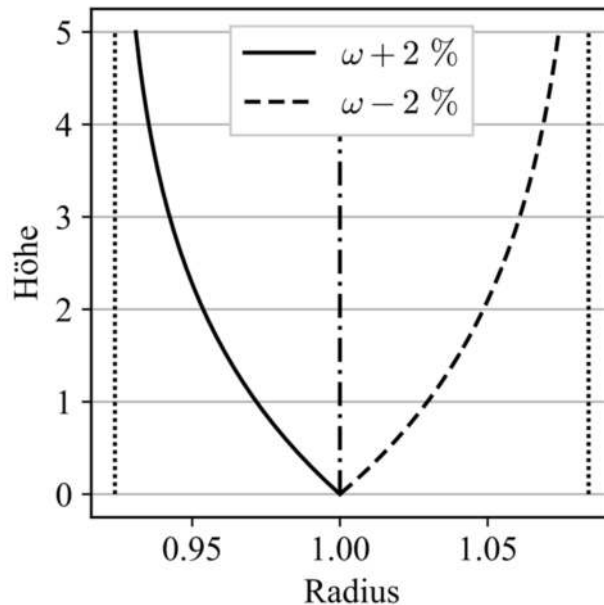
Hierbei bezeichnet  $W(\eta)$  die Lambert-W Funktion (0. Klasse), auch Omega Funktion genannt. Der Parameter  $C_1$  definiert die spezielle Lösung der Differentialgleichung. Als Randbedingung wird der Blendenradius für  $H = 0$  eingesetzt. Dadurch ist der Parameter  $C_1$  nach (4-5) bestimmt.

$$C_1 = \left( 1 - \frac{r(0)}{r_\infty} \right) \exp\left(\frac{\frac{r(0)}{r_\infty}}{\mu_s^2 + 1}\right) \quad (4-5)$$

Die spezielle Lösung für (4-1) ist also durch (4-2), (4-3) und (4-6) gegeben.

$$\eta(H) = \frac{\frac{r(0)}{r_\infty} - 1}{\mu_s^2 + 1} \cdot \exp\left(\frac{\frac{r(0)}{r_\infty} - 1 - \mu_s \frac{H}{r_\infty}}{\mu_s^2 + 1}\right) \quad (4-6)$$

In Abbildung 4-2 ist dies für drei unterschiedliche Drehzahlen bei gleichem Blendendurchmesser skizziert. Falls  $r_\infty$  dem Blendenradius entspricht wird sich erwartungsgemäß ein zylindrischer Film ausbilden;  $C_1 = 0$ . Falls hingegen die Drehzahl zu hoch ist bildet sich ein konvexer Film, und entsprechend ein konkaver Film bei zu niedriger Drehzahl. In beiden Fällen nähert sich der Filmradius asymptotisch einem Zylinder mit Radius  $r_\infty$  an.



4-2 Filmverlauf über Receiverhöhe; Radius und Höhe sind mittels des Blendenradius normiert. Das hier dargestellte Material hat einen Fließwinkel von  $32^\circ$ . Die durchgezogene und die gestrichelte Linie geben eine um 2% erhöhte bzw. verringerte Drehzahl an, bezogen auf den Fall des zylindrischen Films (strichgepunktete Linie). Gepunktete Linien geben  $r_\infty$  für den jeweiligen Fall an. Skalenunterschiede beachten!

Um möglichst einheitliche Bedingungen im Laborreceiver zu erhalten wurde ein zylindrischer Film angestrebt. Je nach Fließwinkel und Wahl von  $r_\infty$  ergibt sich für die Drehzahl

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\mu_s \cdot r_\infty}} \quad (4-7)$$

Aus (4-3) und Abbildung 4-2 ist ersichtlich, wie sensibel die Filmgeometrie auf Änderungen der Drehzahl reagiert. Im Laborreceiver ändert sich der asymptotische Filmradius  $r_\infty$  um etwa 100 mm/Hz. Es ist demnach notwendig die Drehfrequenz auf wenige Hundertstel Hz einstellen zu können.

Soll ein zylindrischer Film vorliegen so muss die Drehzahl mit dem Blendenradius abgestimmt werden. Zunächst bieten sich Messungen des Reibwinkels an um die Drehzahl abzuschätzen. Tabelle 4-1 zeigt hierfür nochmals die verschiedenen Messungen zum Reibwinkel aus Tabelle 3-1 und die daraus abzuleitende Drehzahl im Laborreceiver. Außerdem wird zum Vergleich der Modellparameter  $\mu_1$  angegeben.

Tabelle 4-1: abgeschätzte und tatsächliche Drehzahl im Laborreceiver; Berechnung nach (4-7) für verschiedene Reibwerte bzw. -winkel; Messfehler der Drehzahl ist  $\pm 0,01$  Hz. Der Vergleich zur tatsächlich ermittelten Drehzahl (letzte Zeile) zeigt, dass der Schüttwinkel in Kegeln (gemäß Abb. 2-4 links) die beste Abschätzung liefert.

Bezeichnung	CC13	SG10	SG05
Fließwinkel [°] gemäß Modellparameter $\mu_1$	n/a	25,9	25,3
entsprechende Drehzahl [Hz]	n/a	2,26	2,29
Schüttwinkel [°] gemäß Abb. 2-4 mittig	$32,1 \pm 0,5$	$33,6 \pm 0,4$	$32,0 \pm 0,5$
entsprechende Drehzahl [Hz]	$1,96 \pm 0,02$	$1,91 \pm 0,01$	$1,96 \pm 0,02$
Schüttwinkel [°] gemäß Abb. 2-4 links	$30,3 \pm 0,4$	$30,9 \pm 0,4$	$30,0 \pm 0,4$
entsprechende Drehzahl [Hz]	$2,03 \pm 0,02$	$2,01 \pm 0,02$	$2,04 \pm 0,02$
Ermittelte Drehzahl [Hz] im Laborreceiver	$2,05 \pm 0,01$	$2,01 \pm 0,01$	$2,00 \pm 0,01$

Es muss beachtet werden, dass die Filmdicke im Laborreceiver nicht vernachlässigbar ist. Somit spielen Auslaufeffekte eine relevante Rolle, welche den Film zu geringeren Radien ablenken. Demnach wird sich ein zylindrischer Film erst bei leicht höheren Drehzahlen einstellen. Gleichzeitig können Störungen wie Vibrationen nicht ausgeschlossen werden, welche einen geringeren Fließwinkel bedingen können. Dies erfordert ebenfalls eine erhöhte Drehzahl.

Im Laborreceiver wurden Messungen mittels PTV vollzogen, um bei verschiedenen Volumenströmen einen möglichst zylindrischen Film zu erhalten. Die hierdurch ermittelten Drehzahlen sind in Tabelle 4-1 unten verzeichnet. Diese legen nahe, dass die Drehzahl gemäß dem Schüttwinkel in Kegeln eingestellt werden muss. Außerdem konnte nicht festgestellt werden, dass die Drehzahl je nach Volumenstrom angepasst werden muss.

Es liegen somit folgende Schlüsse nahe: Zunächst ist davon auszugehen, dass Partikelfilme in CentRec Receivern stets im gleichen Fließwinkel zum effektiven Horizont fließen. Weder der Betrag der effektiven Beschleunigung noch der Volumenstrom verändern diesen Fließwinkel signifikant. Außerdem kann der Fließwinkel ausreichend gut durch den Schüttwinkel im Schüttkegel abgeschätzt werden.

Aus diesen Erkenntnissen kann ebenfalls abgeleitet werden, dass die Drehzahl nur bedingt als Stellgröße im Betrieb genutzt werden kann. Insbesondere wenn ein zylindrischer Film gefordert wird muss sie entsprechend des Fließwinkels fixiert werden. Falls jedoch leicht gekrümmte Zylinder zugelassen werden, lassen sich im transienten Fall dadurch Regeleinriffe realisieren. So ist es beispielsweise möglich bei kurzfristigen Änderungen der Einstrahlung die im Receiver befindliche Masse durch eine Veränderung der Drehzahl zu variieren. Da Änderungen der Drehzahl wesentlich schneller wirken als eine Änderung des Eingangsmassenstroms, könnten somit Temperaturspitzen kurzfristig abgedämpft werden. Allerdings muss gleichzeitig auf die hohe Sensitivität geachtet werden. Bereits geringfügige Änderungen der Drehzahl bewirken starke Änderungen im asymptotischen Radius  $r_\infty$  (siehe (4-3)).

Als Beispiel soll hier der Fall beschrieben werden, wenn die solare Einstrahlung abrupt abfällt. Dies bedingt primär ein Verringern des Eingangsmassenstroms. Allerdings wird diese Änderung erst verzögert Wirkung zeigen, nämlich nachdem die Verweilzeit der Partikel verstrichen ist. Es ist also zu erwarten, dass die Austrittstemperatur zunächst sinkt. Eine Erhöhung der Drehzahl bewirkt, dass der Film einen niedrigeren Radius anstrebt (das solide Regime muss dicker werden). Somit wird vermutlich sofort der gesamte Film langsamer abfließen. Dadurch kann einem Temperaturabfall entgegengewirkt werden.

Dies steht im Gegensatz zu den Erkenntnissen aus [Wu 2014]. Darin wird beschrieben, dass die Drehzahl innerhalb bestimmter Grenzen frei wählbar ist. Der Unterschied ist darin begründet, dass in [Wu 2014] ein Konzept verfolgt wird, worin der gesamte Film fließt; es handelt sich um einen einphasigen Film. Hierbei stellte sich heraus, dass Geometrie und Oberfläche der Innenwand des Receivers einen starken (z.T. negativen) Einfluss auf das Abfließen haben. Dagegen wurde in dieser Arbeit absichtlich ein Konzept verfolgt, welches auf einem zweiphasigen Film basiert. Das Ziel ist es, dass der Film seine Form selbstständig einstellt und ein unbewegtes, solides Regime ausbildet. Dadurch ist das Abfließen des Films unabhängig von der Innenwand des Receivers. Gleichzeitig wird hierdurch auch der Filmdurchmesser selbstständig vom System eingestellt.



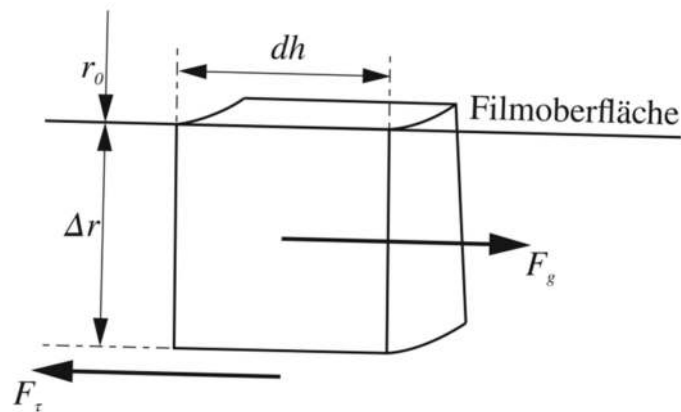
## 4.2 Modell mittels lokaler Rheologie

Nachdem die Filmgeometrie beschrieben ist, wird nun für zylindrische Filme das Geschwindigkeitsfeld entlang der Filmtiefe modelliert. Als Ausgangspunkt dient das in Kapitel 2.4.4 beschriebene Modell. Dieses basiert nur auf Beobachtungen mit Glasperlen. Die in dieser Arbeit genutzten Granulate weisen sehr gute Fließfähigkeit auf. Die Partikel sind sehr rund und haben eine hohe Reindichte. Im Vergleich zu Glasperlen weisen sie lediglich eine erhöhte Rauigkeit der Partikeloberfläche auf. Der Flusssand weist hingegen recht kantige und unrunde Partikel auf. Es muss gezeigt werden, ob das Modell für Glasperlen anwendbar ist oder abgeändert werden muss.

Mit den Beschränkungen einer senkrechten Drehachse und eines zylindrischen Films wirkt die Erdbeschleunigung  $g$  ausschließlich in Fließrichtung. Gleichzeitig wirkt die Zentripetalbeschleunigung ausschließlich radial. An einem Ring der Höhe  $dh$ , dessen Innenradius gleich des Oberflächenradius  $r_0$  ist, und dessen Außenradius gleich  $r = \Delta r + r_0$  ist, wirken zum einen die Gewichtskraft des Ringes und zum anderen die Scherkraft im Film, siehe Abbildung 4-3 und (4-8).

$$\rho g \cdot ((\Delta r + r_0)^2 - r_0^2) \pi \cdot dh = \mu(I) \cdot P(\Delta r) \cdot (\Delta r + r_0) \cdot 2\pi \cdot dh \quad (4-8)$$

Hierin wird  $x = \frac{\Delta r}{r_0}$  gesetzt und der Druck nach (4-10) definiert, mit der (Oberflächen-)Froude-Zahl  $Fr_0 = \frac{r_0 \omega^2}{g}$  und  $\mu(I)$ , dem lokalen Reibkoeffizienten.



4-3 Kräftegleichgewicht am Ringvolumen

$$\frac{\frac{1}{2}x + 1}{\frac{1}{3}x^2 + x + 1} = \mu(I) \cdot Fr_0 \quad (4-9)$$

In der Definition der Inertial-Zahl (2-6) gibt  $P$  den lokalen Druck an. Dieser ist in CentRec Receivern gegeben durch (4-10) (Herleitung in Anhang C).

$$P(\Delta r) = \frac{\rho\omega^2}{3} \left( (\Delta r + r_0)^2 - \frac{r_0^3}{\Delta r + r_0} \right) \quad (4-10)$$

Am Fußpunkt des Films  $\Delta r = \Delta r_f$  ist der Übergang zwischen liquider und solider Phase. Hier sind sowohl Geschwindigkeit als auch Scherung gleich Null. Der Reibkoeffizient erreicht hier gemäß (2-7) seinen unteren Grenzwert  $\mu_1$ . Die Filmdicke  $\Delta r_f$  ist entsprechend durch (4-11) gegeben. Damit  $\Delta r_f > 0$  erfüllt ist muss demnach  $\mu_1 Fr_0 < 1$  gelten, wodurch Drehzahl und Filmradius beschränkt werden. Andernfalls wird die Annahme eines zylindrischen, senkrechten Films verletzt.

$$\Delta r_f = \frac{r_0}{4\mu_1 Fr_0} \left( \sqrt{-12 \cdot (\mu_1 Fr_0)^2 + 12 \cdot \mu_1 Fr_0 + 9} - 6 \cdot \mu_1 Fr_0 + 3 \right) \quad (4-11)$$

Die Position des Fußpunktes  $r_0 + \Delta r_f$  ist offensichtlich von der Froude Zahl abhängig, sodass für unterschiedliche Oberflächenradien<sup>10</sup> ebenfalls unterschiedliche Fußradien zu erwarten sind. Wird also ein höherer Massenstrom aufgebracht, so dickt der Film nach innen auf, d.h.  $r_0$  sinkt, während gleichzeitig der Fußpunkt nach außen wandert, d.h.  $r_0 + \Delta r_f$  steigt. Es ist außerdem auffällig, dass die Filmdicke einzig vom Modellparameter  $\mu_1$  beeinflusst wird, nicht aber von den anderen Modellparametern. Da eine wesentliche Eigenschaft des Film wie  $\Delta r_f$  lediglich von einem Modellparameter beeinflusst wird liegt es nahe, dass andere Modellparameter gegebenenfalls schwer zu bestimmen sein werden, oder aber nur eine nebensächliche Rolle spielen.

Um das Geschwindigkeitsfeld zu bestimmen löst man  $\mu(I)$  in (4-9) mittels (2-7) auf, sodass über die lokale Inertial-Zahl  $I$  (siehe (2-6)) die Schergeschwindigkeit  $\dot{\gamma}$  errechnet wird.

---

<sup>10</sup> Hier wird angenommen, dass eine konstante Drehzahl vorliegt.

$$\dot{\gamma} = \frac{I_0 \omega r_0 \sqrt{\phi}}{d} \cdot \frac{\mu_1 \text{Fr}_0 \left( \frac{x^2}{3} + x + 1 \right) - \left( \frac{x}{2} + 1 \right)}{\mu_2 \text{Fr}_0 \left( \frac{x^2}{3} + x + 1 \right) - \left( \frac{x}{2} + 1 \right)} \cdot \sqrt{x \cdot \frac{\frac{x^2}{3} + x + 1}{x + 1}} \quad (4-12)$$

Hierin ist  $\phi = \frac{\rho}{\rho_p}$  der Volumenanteil der Partikel.

Es sei darauf hingewiesen, dass die Schergeschwindigkeit negativ sein muss um  $v(r_0) > 0$  und  $v(r_0 + \Delta r_f) = 0$  zu erfüllen. Daraus wird ersichtlich, dass  $\mu_2 \text{Fr}_0 > 1$  gelten muss. Das Modell gilt demnach nur dann, wenn Oberflächenradius und Drehzahl der Beschränkung (4-13) genügen.

$$\mu_1 < \frac{1}{\text{Fr}_0} = \frac{g}{r_0 \omega^2} < \mu_2 \quad (4-13)$$

Die lokale Geschwindigkeit ergibt sich aus der Integration der Schergeschwindigkeit

$$\begin{aligned} v(\Delta r) &= \int_0^{\Delta r} \dot{\gamma}(r) dr + v_0 \\ &= r_0 \int_0^{\Delta r/r_0} \dot{\gamma}(x) dx + v_0 \\ &= -r_0 \int_{\Delta r/r_0}^{\Delta r_f/r_0} \dot{\gamma}(x) dx \end{aligned} \quad (4-14)$$

Die Werte  $\mu_1, \mu_2$  und  $I_0$  zur Beschreibung des Reibwertes werden in [Jop, Forterre et al. 2005] als konstant betrachtet und aus Versuchen an einphasigen Filmen über eine raue Oberfläche bestimmt (vergleiche Kapitel 2.4.4). Entsprechende Ergebnisse werden in Kapitel 4.2.1 dargestellt.

#### 4.2.1 Messung der Modellparameter

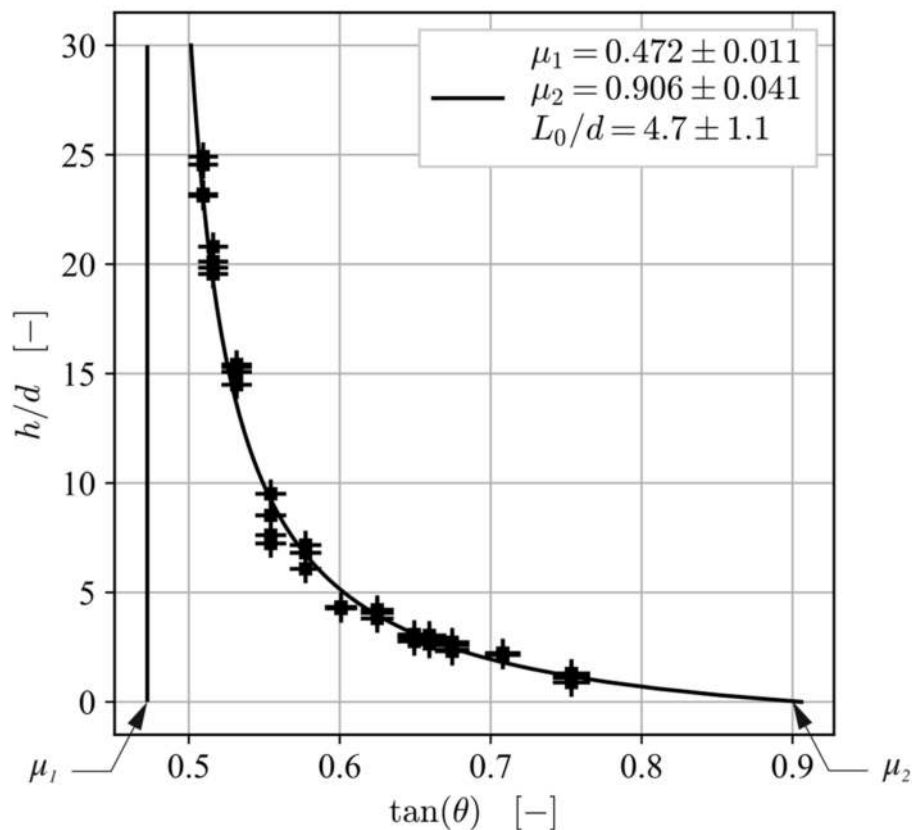
Um die Modellparameter zu bestimmen, wurden entsprechend [Pouliquen & Forterre 2002] Versuche durchgeführt (vergleiche auch Kapitel 2.4.1). Die Reibwerte  $\mu_1$  und  $\mu_2$  konnten an unbewegten Filmen gemessen werden. Um dagegen  $I_0$  zu ermitteln sind Fließversuche notwendig um den Geschwindigkeitsfaktor  $\beta$  zu bestimmen. Diese wurden nicht durchgeführt. Stattdessen wurde dieser Faktor direkt durch Messungen im Laborreceiver ermittelt.

Um eine raue Oberfläche zu gewährleisten, wurden wenige Schichten des untersuchten Granulates auf eine ebene Grundplatte in Epoxidharz eingegossen. Hierbei wurde darauf geachtet, dass die oberste Schicht trocken bleibt. Dies sollte die

„natürliche“ Rauigkeit des Granulates ergeben<sup>11</sup>. Diese Ebene wurde daraufhin auf einen definierten Winkel zum Horizont montiert und mit Granulat überspült. Je nach Neigung der Grundplatte bleibt ein unterschiedlich dicker Film zurück. Dieser entspricht der Stop-Bedingung (siehe Kapitel 2.4.1).

Zur Messung der Stop-Bedingung<sup>12</sup> wurde das gleiche Kamerasystem wie für die PTV eingesetzt. Diese wurde oberhalb der Ebene fixiert. Das eingegossene Granulat enthält Tracer. Deren Position wurde durch das Kamerasystem erfasst. Nachdem die Ebene überspült wurde, erfolgte eine weitere Messung der Position der Tracer im zurückbleibenden Film. Zur Auswertung werden die Tracer in der Ebene und der Filmoberfläche durch Ebenen approximiert. Der Abstand dieser Ebenen entspricht der Filmdicke.

In Abbildung 4-4 wird die Messung für das SG05 Granulat beispielhaft dargestellt. Darin sind außerdem die Modellparameter nach (2-5) sowie die Fehler der Messungen eingetragen. Tabelle 4-2 listet die gemessenen Modellparameter für SG10 und SG05 auf. Das Granulat CC13 wurde nicht vermessen.



4-4 Messung der Stop-Bedingung am SG05 Granulat; Darstellung analog zu Abbildung 2-6. Messpunkte sind mit Messunsicherheit angegeben. Der entsprechende Fit mittels (2-5) ist als Linie dargestellt. Die dazugehörigen Modellparameter in der Legende notiert. Messfehler werden durch Kreuze dargestellt. Details zur Messmethode sind im Text beschrieben.

<sup>11</sup> Vergleich: [Forterre & Pouliquen 2003] nutzten lediglich eine einzige, aufgeklebte Partikelschicht.

<sup>12</sup> Das bedeutet, die Filmdicke, bei welcher der Film sich verfestigt.

Der Vergleich zwischen Tabelle 4-2 und Tabelle 2-1 zeigt, dass die Modellparameter  $\mu_1$  und  $\mu_2$  eher denen von Sand gleichen, und sich zwischen den eingesetzten Granulaten nur geringfügig verändern. Außerdem fällt auf, dass  $\mu_1$  wesentlich geringer ist, als es der in Kapitel 4.1 ermittelte Fließwinkel vermuten lässt (zum Vergleich werden die Daten in Tabelle 4-2 wiederholt). Somit muss vermutet werden, dass die hier ermittelten Modellparameter gegebenenfalls nicht zur Modellierung des Fließverhaltens eingesetzt werden können. Abschließende Ergebnisse finden sich in Kapitel 6.

**Tabelle 4-2: gemessene Modellparameter für SG10 und SG05; Definition der Modellparameter in Kapitel 2.4.1 und insbesondere (2-4). Man beachte den Unterschied zwischen  $\mu_1$  und dem erwarteten Fließwinkel.**

Parameter	SG10	SG05
$d$ [mm]	0,980	0,458
$\mu_1$ [-]	$\tan(25,9^\circ \pm 0,8^\circ)$	$\tan(25,3^\circ \pm 0,6^\circ)$
$\mu_2$ [-]	$\tan(45,6^\circ \pm 8,5^\circ)$	$\tan(42,2^\circ \pm 2,3^\circ)$
$L_0/d$ [-]	$1,2 \pm 0,57$	$4,7 \pm 1,1$
Fließwinkel nach Kapitel 4.1 [°]	$30,9 \pm 0,4$	$30,0 \pm 0,4$

### 4.2.2 Modellanpassung für Flusssand

Werden die Modellparameter nach der Methodik von [Jop, Forterre et al. 2005] ermittelt (Tabelle 4-2), so weisen diese ähnliche Werte auf, wie für Flusssand ermittelt wurden (Tabelle 2-1). Am Ende von Kapitel 2.4.1 ist festgehalten, dass ein wesentlicher Teil der Modellierung auf der Beobachtung (2-9) beruht. Diese beschreibt einen proportionalen Zusammenhang zwischen der mittleren Fließgeschwindigkeit und der Filmdicke in einphasigen Filmen. Allerdings gilt sie nur für Glasperlen. Wird hingegen die Korrelation für Flusssand berücksichtigt (2-14), so verändert sich die Gleichung des Reibwertes. Dies liegt darin begründet, dass für Flusssand kein proportionaler Zusammenhang beobachtet wurde, sondern ein linearer. Als Zwischenergebnis erhält man hierbei (vergleiche mit (2-10)):

$$\mu = \mu_1 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{\frac{\frac{\beta_1 h}{L_0}}{\frac{\langle v \rangle}{\sqrt{gh}} + \beta_0} + 1} \quad (4-15)$$

In diesem Fall führt der Schluss zwischen der Inertial-Zahl und der gemittelten Filmgeschwindigkeit  $\frac{\langle u \rangle}{\sqrt{gh}}$  nicht mehr zu (2-7). Stattdessen ergibt sich (2-18) worin als zusätzlicher Term  $\beta_0/h$  auftritt.

$$\mu = \mu_1 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{\frac{\frac{\beta_1}{L_0}}{I \cdot \frac{2}{5d} \sqrt{\phi \cos(\theta)} + \frac{\beta_0}{h}} + 1} \quad (4-16)$$

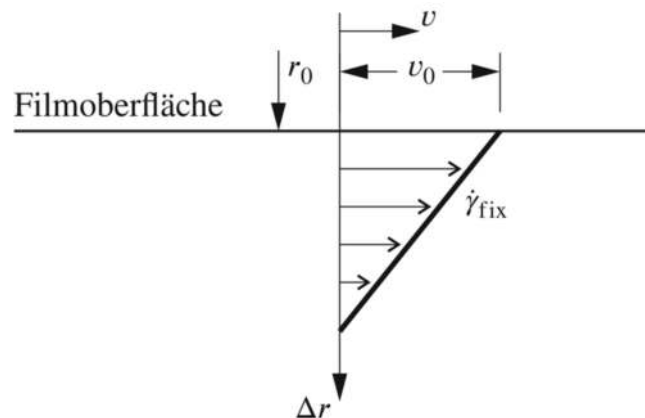
Da die Prämisse des Modells eine lokale Rheologie ist, sollten in der Beschreibung des lokalen Reibwertes keine nicht-lokalen Größen, wie die Filmdicke  $h$  vorhanden sein. Dies kann als Indiz dafür gewertet werden, dass der Modellansatz nach (2-7) gegebenenfalls für andere Materialien als Glasperlen unzureichende Ergebnisse liefert. Dieser Modellansatz wird dennoch weiter verfolgt und die Ergebnisse in Kapitel 6 dargestellt. Wesentliche Fehler aufgrund einer fehlerhaften Modellierung waren im Rahmen der Messwerte nicht zu beobachten.

### 4.3 Empirisches Referenzmodell

Als Referenz zum Modell in Kapitel 4.2 dient ein empirischer Ansatz, welcher lediglich auf den Beobachtungen beruht, dass das Geschwindigkeitsfeld in zwei-phasigen Filmen größtenteils linear verläuft und Filme gleichen Granulates stets die gleiche Schergeschwindigkeit aufweisen (vergleiche Abbildung 2-8). Der von [Komatsu, Inagaki et al. 2001] beobachtete exponentiell abfallende Bereich zwischen liquidem und solidem Regime wird vernachlässigt. Der Einfluss dieser Zone auf die Thermodynamik erscheint vernachlässigbar, da in hierin vergleichsweise wenig Masse transportiert wird.

Die Beobachtung eines linearen Geschwindigkeitsfeldes erfolgte ausschließlich in Kanälen mit homogener Gravitation. Allerdings weist der Laborreceiver eine gegebenenfalls nicht vernachlässigbare Krümmung auf. Somit ist es prinzipiell möglich, dass sich ein nicht-lineares Geschwindigkeitsfeld ergibt. Auch diese Fehlerquelle wird vernachlässigt, da sie für große Receiver geringer ist.

Das Modell beruht einzig auf der Schergeschwindigkeit  $\dot{\gamma}_{\text{fix}}$ . Es wird angenommen, dass sie lediglich vom Material abhängt. Aus der kombinierten Messung von Oberflächenradius, -geschwindigkeit und Volumenstrom ist sie nach (4-17) zu berechnen (vergleiche Abbildung 4-5). Ergebnisse aus den Messungen im Laborreceiver werden in Kapitel 6 dargestellt.



4-5 Messgrößen und Modellparameter im empirischen Ansatz

$$\frac{1}{2}v_0 \cdot \Delta r_f = \frac{\dot{m}/\rho}{2\pi \left( r_0 + \frac{\Delta r_f}{3} \right)}$$

$$\frac{v_0^2}{2\dot{\gamma}_{\text{fix}}} = \frac{\dot{m}/\rho}{2\pi \left( r_0 + \frac{v_0}{3\dot{\gamma}_{\text{fix}}} \right)} \quad (4-17)$$

$$\stackrel{\dot{\gamma}_{\text{fix}} > 0}{\implies} \dot{\gamma}_{\text{fix}} = \frac{\pi v_0^2 r_0}{2 \dot{m}/\rho} + \sqrt{\left( \frac{\pi v_0^2 r_0}{2 \dot{m}/\rho} \right)^2 + \frac{\pi v_0^3}{3 \dot{m}/\rho}}$$



## 5 Particle Tracking Velocimetry

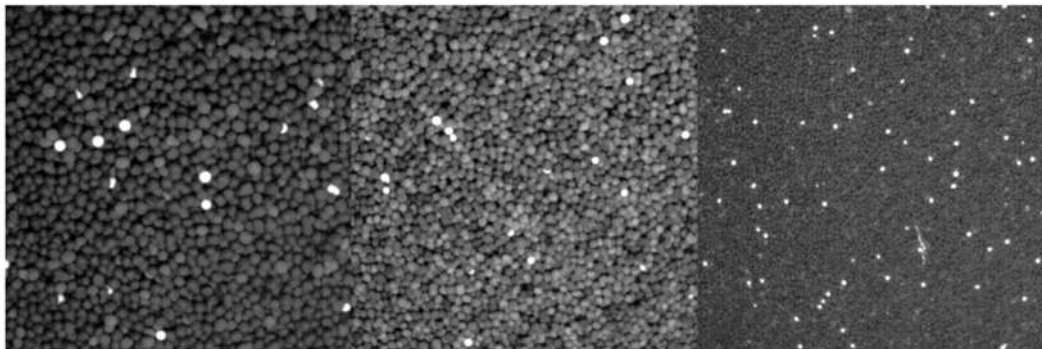
In diesem Kapitel wird die genutzte Messmethode zur Positions- und Geschwindigkeitsmessung des Granulates beschrieben. Zunächst wird das Kamerasystem definiert und die Auswertung detailliert. Fehlerquellen werden identifiziert und deren Bewertung gebündelt angefügt. Spezielle Messreihen ergänzen die Bewertung der PTV.

Sämtlicher Programmcode dieser Arbeit ist in C++ oder *Python* [Python Software Foundation 2016] geschrieben, welches als Teil der *Anaconda Distribution* [Continuum Analytics 2016] bezogen wurde. Es wird hierin insbesondere die *Scipy* Umgebung genutzt [Hunter 2007; Oliphant 2007; Millman & Aivazis 2011].

### 5.1 Tracerpartikel

Einzelne Partikel des Granulates sind schlecht anhand von individuellen Merkmalen zu unterscheiden. Somit ist eine ausreichend genaue Bilderkennung nicht zu realisieren. Aus diesem Grund wurden Partikel hinzugefügt, welche sich vom übrigen Granulat optisch stark abgrenzen. In Abbildung 5-1 sind die drei genutzten Granulate mit entsprechenden Tracern dargestellt.

Um einen möglichst hohen Farbkontrast zu erhalten wurde jeweils reinweißes Granulat mit passenden Partikeldurchmessern und möglichst gleicher Reindichte genutzt. Während das Grundmaterial eine Reindichte von circa  $3500 \text{ kg/m}^3$  aufweist, liegt diese bei  $3800 \text{ kg/m}^3$  für das Tracer-Material.



5-1 Genutzte Granulate mit Tracerpartikel; v.l.n.r.: CC13, SG10, SG05

Das volumetrische Mischungsverhältnis liegt bei 1:50 im Fall der CC13 und SG10 Granulate und 1:100 im Fall des SG05 Granulates. Bei dieser geringen Beimischung ist davon auszugehen, dass das Fließverhalten dem reinen Grundmaterial nahezu entspricht. Dies konnte insbesondere dadurch bestätigt werden, dass keine Entmischung feststellbar war und die Schüttwinkel des gemischten und reinen Granulates keine messbaren Unterschiede aufwiesen.

Das Verhältnis aus Tracer und Grundmaterial bedingt die Messergebnisse. Ein höherer Tracer-Anteil ermöglicht eine entsprechend höhere Messdichte pro Bild. Dies ist vorteilhaft, da somit mehr Tracks pro Bild erkannt werden. Da die Tracer dem Grundmaterial sehr ähnlich sind, werden diese nicht auf der Oberfläche des Films bleiben. Stattdessen werden sie in den Film abtauchen oder daraus wieder auftauchen. Zu wenig Tracer bedingen somit eine wesentlich längere Messdauer, um ausreichend Tracks zu messen.

Bei einem höheren Tracer-Anteil verschlechtert sich allerdings die Genauigkeit des Tracking-Algorithmus. Je mehr Tracer pro Bild zu erkennen sind, desto näher sind diese untereinander. Der Versatz der Partikel zwischen zwei Bildern sollte geringer sein als der Abstand der Partikel untereinander. Ist dies nicht der Fall, so verknüpft der Algorithmus unterschiedliche Tracer zu einem Track. Dadurch ist eine Messung der Geschwindigkeit nicht möglich.

Somit bedingen sich die Messdichte (Tracer-Anteil) und Bildrate. Es konnte eine maximale Bildrate von 40 Hz erreicht werden (siehe folgendes Kapitel). Mit den hier genutzten Tracer-Anteilen können somit Oberflächengeschwindigkeiten bis 200 mm/s ausreichend gut gemessen werden. Details hierzu sind in Kapitel 5.6.3 gegeben.

## 5.2 Aufbau

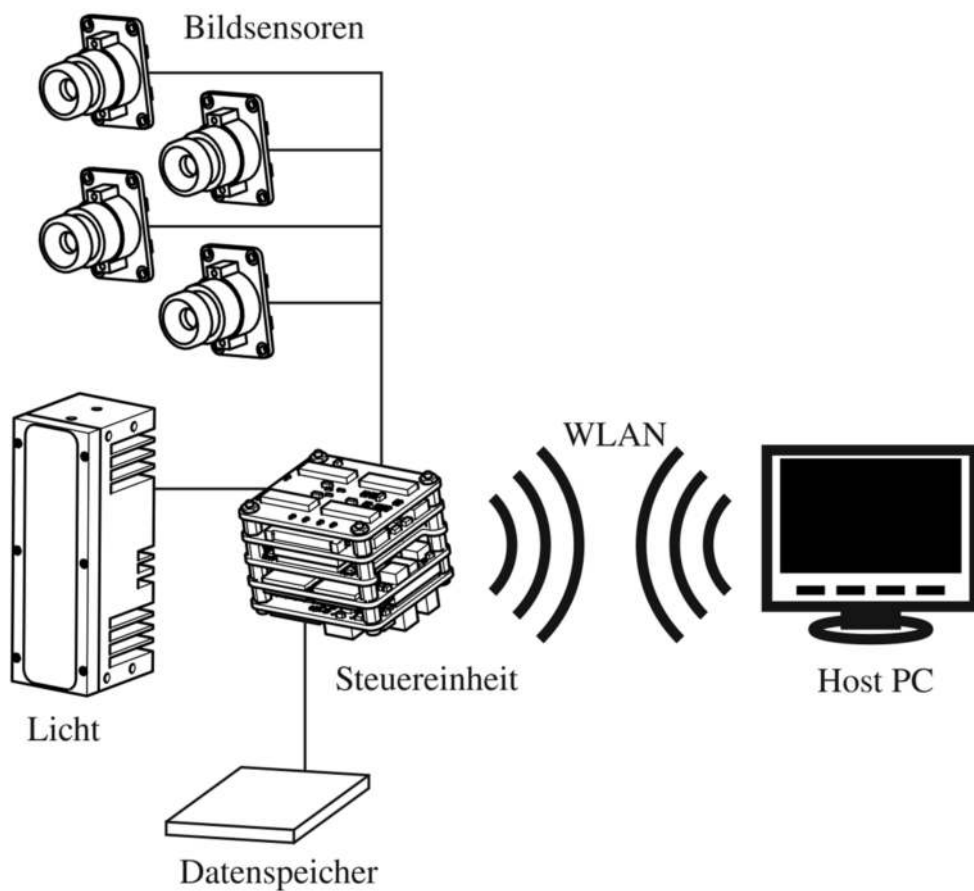
Ziel war es, die Kamera in das Innere des Receivers einzubauen, damit diese mitrotiert. Somit musste das System lediglich darauf ausgelegt werden, die relative Bewegung zwischen Granulat und Receiver zu messen. Ein stationäres Kamerasystem müsste aufgrund der Rotation ebenfalls die Rotationsbewegung auflösen können. Der beschränkte Bauraum<sup>13</sup> im Laborreceiver bedingte eine entsprechend kompakte Bauweise.

Das Kamerasystem besteht aus vier Sensorköpfen, welche mit einer Steuereinheit verbunden sind. Diese beinhaltet die Steuersoftware und kontrolliert neben den Bildsensoren ebenfalls die Lichtquelle. Zur Datenspeicherung wurde eine SSD

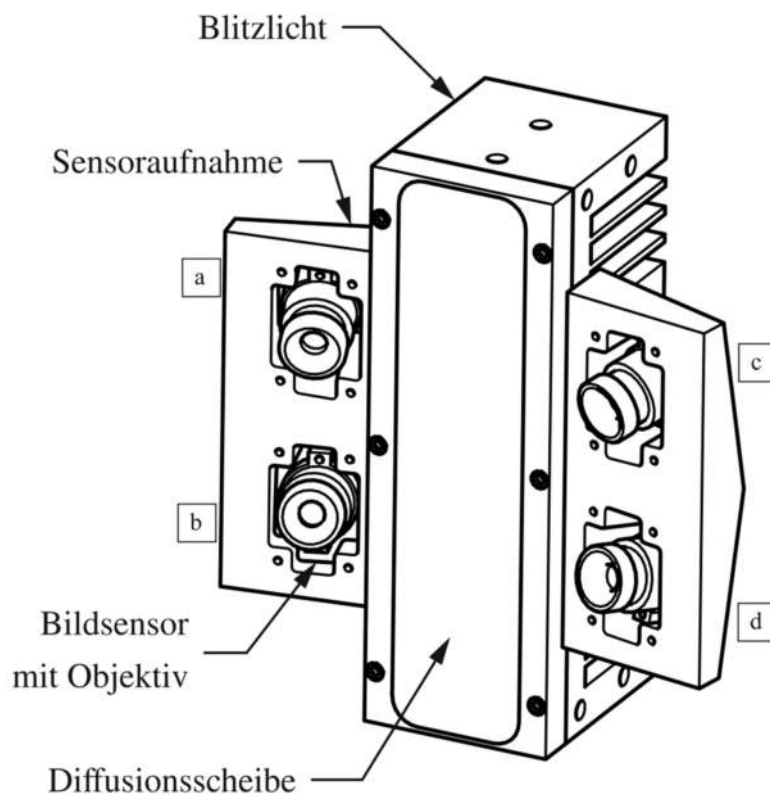
---

<sup>13</sup> Es wurden zylindrische Filme mit einem Radius von 90 mm erwartet. Entsprechend musste das Kamerasystem kleiner ausfallen.

Festplatte eingesetzt. Die Kommunikation zu einem Host-PC erfolgte über WLAN. Dieser wurde eingesetzt um die Kamera im Betrieb zu steuern. Eine direkte Bildübertragung per WLAN konnte nicht umgesetzt werden, da die Datenrate zu hoch ist. Der schematische Aufbau des Kamerasystems ist in Abbildung 5-2 dargestellt. Die Sensorköpfe bilden mit dem Licht den sogenannten Kamerakopf, welcher mittig im Receiver angebracht wurde. Darin sind die Sensoren in einem Rechteck um das Licht angeordnet. In Abbildung 5-3 ist der Aufbau des Kamerakopfes schematisch dargestellt. Die Bildsensoren und Steuereinheit sind von der VRmagic GmbH in Mannheim, während die Belichtung von iim AG in Suhl bezogen wurde. Die wichtigsten Daten der Bildsensoren sind in Tabelle 5-1 aufgelistet.



5-2 Schema des Kamerasystems



5-3 Schema des Kamerakopfes

Tabelle 5-1: Details der VRmagic Bildsensoren

Sensortyp	CMOS, global shutter
Farbtiefe	8bit Graustufe
Auflösung	754 × 480
Kantenlänge Pixel	6 μm
max. Bildfrequenz	69 Hz

Ein einzelner Bildsensor erlaubt Frequenzen bis 69 Hz. Allerdings ist die Datenleistung des Gesamtsystems begrenzt. Es wurde eine Bildfrequenz von 40 Hz angestrebt. Um diese Bildrate mit vier simultan ausgelesenen Sensoren zu ermöglichen, war es im Messbetrieb notwendig die Bildbereiche zu verkleinern.

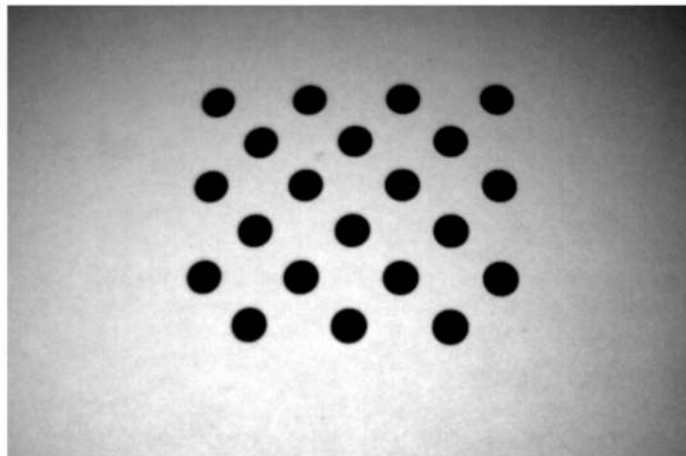
Kalibration des intrinsischen und extrinsischen Modells erfolgen bei vollem Bildbereich. Gleiches gilt für die Bestimmung der Rotationsachse. In diesen Fällen war keine hohe Bildrate notwendig. Außerdem sind somit bessere Kalibrierungsergebnisse möglich, da ein größerer Bildbereich ausgewertet werden kann.

### 5.3 Intrinsische Parameter

Zunächst wurde ein Verzeichnungsmodell mit neun Parametern untersucht (vergleiche Kapitel 2.5.1). Die Kalibration der intrinsischen Parameter wurde mittels 27 Bilder vollzogen. Abbildung 5-4 zeigt beispielhaft ein Kalibrationsbild. Die rotations-asyymmetrische Geometrie des Kalibrationstargets ist vorteilhaft, da hierdurch die Orientierung der Sensoren relativ zum Kalibrationstarget eindeutig bestimmbar ist.

Das Vertrauensintervall für die Modellparameter wurde mittels der Kovarianzmatrix abgeschätzt (siehe (2-20)). Die Ergebnisse aus der Kalibration sind in Tabelle 5-2 dargestellt. Auffällig ist, dass der Hauptpunkt  $[c_x, c_y]$  stark zwischen den Sensoren variiert. Dies ist dadurch begründet, dass einfache M12 Objektive eingesetzt werden. Die Objektivaufnahme ist außerdem nicht exakt positioniert. Da hierdurch lediglich das Bild relativ zum Sensor verschoben wird, ist kein negativer Effekt auf die Messqualität zu erwarten.

Außerdem sind die Beträge der tangentialen Verzerrungen ( $k_4$  und  $k_5$ ) vergleichsweise gering. Dies ist ein Hinweis darauf, dass das Modell zu viele Freiheitsgrade hat. Gleiches gilt für die Fokallängen  $[f_x; f_y]$ , welche zwischen x- und y-Wert keine signifikanten Unterschiede aufweisen. Somit ist eine Modellierung mit drei radial-symmetrischen Verzeichnungsparametern und einer Fokallänge ausreichend.



5-4 Kalibrationsbild; die Punkte befinden sich auf einem Raster mit Kantenlänge von 5 mm.

**Tabelle 5-2: Intrinsische Parameter; es wird lediglich der Maximalfehler über alle Sensoren angegeben.**

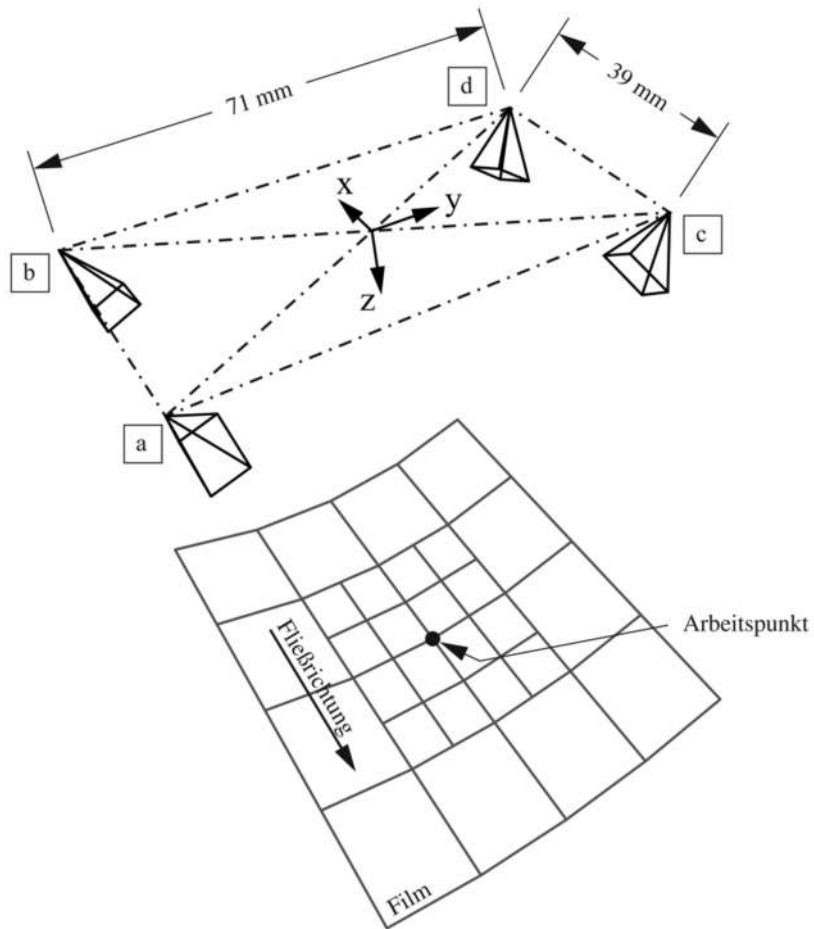
		Sensor a	Sensor b	Sensor c	Sensor d	Fehler
$[f_x; f_y]$	Pixel	$\begin{bmatrix} 723,8 \\ 725,3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 723,5 \\ 726,0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 719,9 \\ 721,0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 715,0 \\ 716,6 \end{bmatrix}$	$\pm 3,1$
$[c_x; c_y]$	Pixel	$\begin{bmatrix} 381,0 \\ 211,8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 385,6 \\ 253,0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 364,7 \\ 228,7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 389,0 \\ 241,6 \end{bmatrix}$	$\pm 2,6$
$k_1$	1	-0,450	-0,442	-0,441	-0,439	$\pm 0,006$
$k_2$	1	0,302	0,284	0,272	0,253	$\pm 0,05$
$k_3$	1	-0,157	-0,136	-0,096	-0,056	$\pm 0,12$
$k_4$	$10^{-3}$	0,14	3,35	-2,67	-0,95	$\pm 1,2$
$k_5$	$10^{-3}$	-1,49	-1,27	0,60	1,00	$\pm 0,4$

## 5.4 Extrinsische Parameter

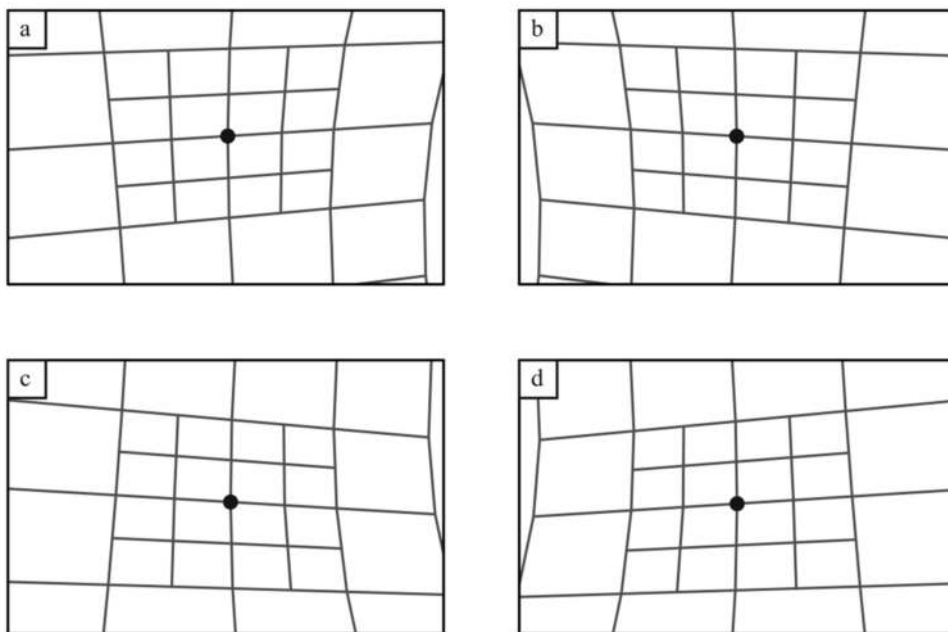
Die relative Position und Ausrichtung der Sensorköpfe untereinander wurde mittels Stereokalibration bestimmt. Die Projektionszentren der vier Sensorköpfe liegen etwa in den Ecken eines Rechteckes. Das Koordinatensystem des Kamerakopfes liegt im Mittelpunkt dieses Rechtecks und die x-Achse ist parallel zur kurzen Kante des Rechteckes. Analog zur Definition der Lochkamera entspricht die z-Achse der „optischen Achse“ des Kamerakopfes. In Abbildung 5-5 sind Position und Ausrichtung der Sensorköpfe eingezeichnet. Das Sichtfeld der einzelnen Sensoren ist in Abbildung 5-6 skizziert.

Um eine möglichst gute Überdeckung der Bildbereiche zu erhalten wurden alle Sensoren geneigt, sodass ihre optischen Achsen sich etwa in einem gemeinsamen Punkt  $[x \ y \ z] = [0 \ 0 \ 100]$  mm treffen. Dieser Arbeitspunkt wurde gewählt, da ein zylindrischer Film mit Radius 100 mm angestrebt wird. Das Messvolumen, welches effektiv von der Kamera ausgewertet werden kann liegt um diesen Arbeitspunkt herum. In Fließrichtung werden etwa 100 mm abgedeckt. In der Breite und Tiefe sind es jeweils 55 mm beziehungsweise 40 mm.

Eine Analyse der Vertrauensintervalle ist ebenso möglich wie für die intrinsischen Parameter. Tabelle 5-3 stellt die Ergebnisse der extrinsischen Kalibration dar. Die hier angegebenen Drehwinkel folgen der Konvention, dass ein extrinsisches Koordinatensystem vorliegt, d.h. die Drehachsen bleiben fixiert. Die Reihenfolge der Rotation ist: z-Achse, dann y-Achse, dann x-Achse. Am Drehwinkel um die x-Achse ist gut zu erkennen, dass bei der Montage der beiden Sensoraufnahmen die Aufnahme der Sensoren a und b um  $2,7^\circ$  mehr gedreht wurde als die andere. Da dies durch die Kalibration abbildbar ist, ist hierdurch kein negativer Effekt auf die Messergebnisse zu erwarten.



5-5 Extrinsische Parameter der Bildsensoren; Die Sensorköpfe sind durch Projektionskegel dargestellt und von a bis d beschriftet (vergleiche Abbildung 5-3). Eine qualitative Darstellung des Sichtfeldes ist in Abbildung 5-6 gegeben.



5-6 Sichtfeld der Sensorköpfe; nach Abbildung 5-5.



Tabelle 5-3: Extrinsische Parameter des Sensoren; siehe auch Kapitel 2.5.1. Es wird lediglich der Maximalfehler über alle Sensoren angegeben.

		Sensor a	Sensor b	Sensor c	Sensor d	Fehler
$x$	mm	-19,3	19,2	-19,1	19,2	$\pm 0,24$
$y$	mm	-35,4	-35,6	35,7	35,3	$\pm 0,40$
$z$	mm	-0,01	0,01	0,01	-0,01	$\pm 0,42$
$\alpha_z$	°	0,4	-0,3	-0,0	-0,1	$\pm 0,09$
$\alpha_y$	°	10,7	-10,8	10,2	-10,9	$\pm 0,16$
$\alpha_x$	°	-21,6	-21,6	18,9	18,9	$\pm 0,15$

## 5.5 Bestimmung der Rotationsachse

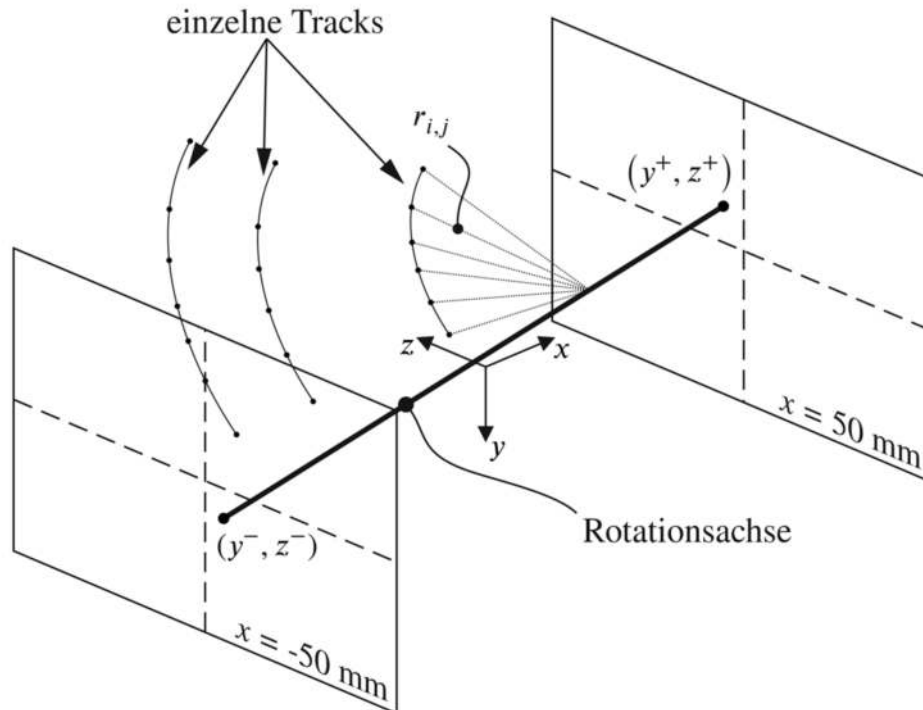
Um die Messdaten aus Kamerakoordinaten in Zylinderkoordinaten umzurechnen, ist es notwendig die Position der Rotationsachse in Kamerakoordinaten zu bestimmen. Messungen des Partikelfilms sind hierfür ungeeignet, da der Film eine natürliche Streuung aufweist.

Stattdessen wurde ein ortsfestes Target ins Sichtfeld der Kamera montiert. Der Receiver wurde gedreht und somit beschrieben die einzelnen Messpunkte auf dem Target eine Kreisbahn um die Rotationsachse des Receivers. Die Bewegung der Messpunkte wurde von der Kamera erfasst. Jeder Track ergibt somit auch im Kamerakoordinatensystem eine Kreisbahn. Die Mittelpunkte aller Kreisbahnen liegen auf der Rotationsachse (siehe Abbildung 5-7).

Es wurden zwei y-z-Ebenen im Kamerakoordinatensystem gewählt, in welchen die Schnittpunkte mit der Rotationsachse bestimmt werden. Die Lage der Rotationsachse ist durch diese vier Parameter eineindeutig bestimmt. Die Fitparameter  $[y^- \ z^- \ y^+ \ z^+]$  werden mittels orthogonaler Distanzregression bestimmt [Boggs, Byrd et al. 1992]. Das Residuum für jede Messung ist gegeben durch (5-1).

$$\Delta_{i,j} = r_{i,j} - \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} r_{i,j} \quad (5-1)$$

Hierin sind  $j \in 1, \dots, M$  die Menge der Tracks und  $i \in 1, \dots, N_j$  die Menge der Messungen pro Track.

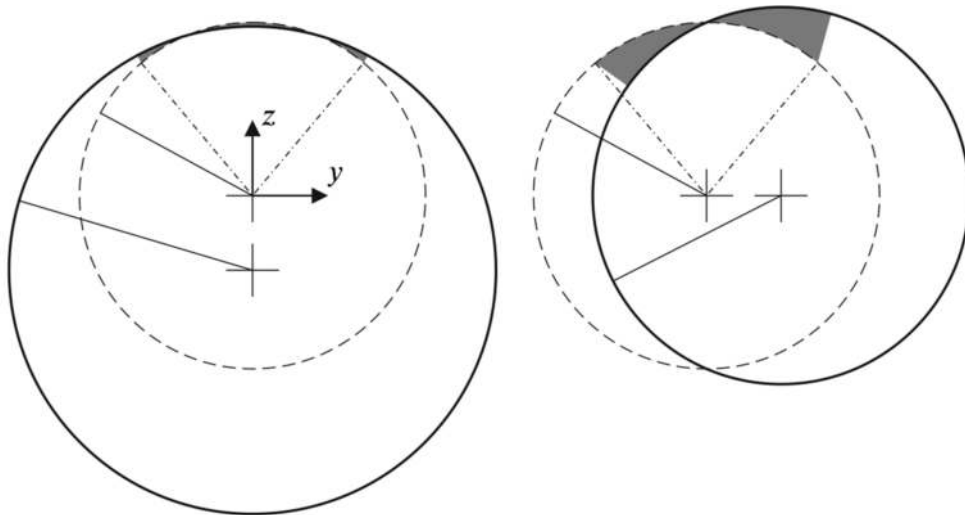


**5-7 Kalibrierung der Rotationsachse im Kamerakoordinatensystem. Die Rotationsachse ist diejenige Linie, von welcher alle  $i \in 1, \dots, N_j$  Messungen des  $j$ -ten Tracks den gleichen Abstand haben. Sie schneidet die beiden gewählten Ebenen  $x = \pm 50 \text{ mm}$  in den Fitparametern  $[y^- \ z^- \ y^+ \ z^+]$ .**

Die Kreisbahnen können lediglich in einem begrenzten Öffnungswinkel erfasst werden, da die Kamera keine  $360^\circ$  Blickwinkel aufweist. Somit stehen keine Messdaten für den kompletten Kreis zur Verfügung. Die Kalibrierung der Rotationsachse weist entsprechende Fehler auf. Diese werden im Folgenden näher betrachtet. Zur Vereinfachung der Fehlerabschätzung wird davon ausgegangen, dass die Rotationsachse und die x-Achse der Kamera deckungsgleich sind. Diese Annahme ist aufgrund der Montage der Kamera berechtigt.

Die Montage der Kamera bedingt ebenfalls, dass die Kreisbahnen der einzelnen Messungen nahezu symmetrisch zur x-z-Ebene sind. Somit kann der Fehler in eine y- und eine z-Komponente aufgeteilt werden. In Abbildung 5-8 wird der qualitative Unterschied zwischen beiden Fehlerkomponenten verdeutlicht. In beiden Bildern ist die tatsächliche Kreisbahn der Messpunkte gestrichelt dargestellt. Die strichgepunktete Linie verdeutlicht den Öffnungswinkel der Kamera. Die durchgezogene Linie verdeutlicht die durch den Algorithmus abgeschätzte Kreisbahn.

Das linke Bild zeigt eine Verschiebung des geschätzten Kreismittelpunktes in (negative) z-Richtung. Da der Radius der Kreisbahn a-priori unbekannt ist, wird der Algorithmus einen entsprechend größeren Radius annehmen. Die graue Fläche deutet das Residuum zwischen Messung und Fit an.



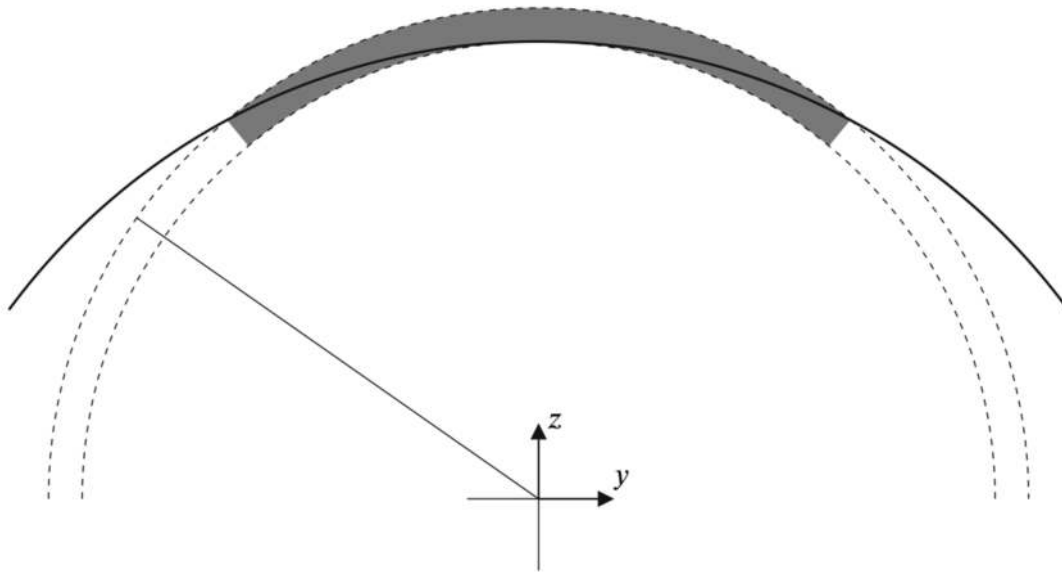
**5-8 Auswirkung von Fehlern bei der Bestimmung der Rotationsachse; links: Fehler in z-Richtung; rechts: Fehler in y-Richtung. Die gestrichelte Linie gibt die tatsächliche Kreisbahn der Messungen an. Die strichgepunktete Linie gibt den Öffnungswinkel der Kamera an. Die durchgezogene Linie gibt die Schätzung durch den Algorithmus an. Die graue Fläche entspricht dem gesamten Residuum.**

Das rechte Bild zeigt eine gleich große Verschiebung des geschätzten Kreismittelpunktes in y-Richtung. Auch hier passt der Algorithmus den Radius der Kreisbahn derart an, dass die Fläche außerhalb der geschätzten Kreisbahn gleich der Fläche innerhalb der geschätzten Kreisbahn ist. Die Summe beider Flächen ist ein Maß für das bleibende Residuum.

Der Vergleich beider Abbildungen zeigt, dass ein Fehler in y-Richtung einen größeren Einfluss auf das Residuum hat, als ein Fehler in z-Richtung. Somit ist davon auszugehen, dass größere Fehler in den Fitparametern  $z^-$  und  $z^+$  vorliegen, als in den anderen Fitparametern.

In Abbildung 5-9 wird der Einfluss der Messungenauigkeit erläutert. Da die Messungen an sich Fehler aufweisen entsteht ein Streuband (in Abbildung 5-9 grau dargestellt). Die gestrichelten Linien geben die tatsächliche Kreisbahn der Messungen wieder. Die durchgezogene Linie zeigt eine Schätzung des Algorithmus. Diese ist offensichtlich falsch. Allerdings ist das Residuum dieser (falschen) Schätzung nicht signifikant größer als es die natürliche Streuung der Messwerte ohnehin bedingt. Der Algorithmus ist folglich nicht in der Lage die tatsächliche Kreisbahn besser zu ermitteln.

Aufgrund des begrenzten Messbereiches provozieren stochastische Fehler in der Position der einzelnen Messungen offensichtlich systematische Fehler in der Bestimmung der Kreismittelpunkte und somit auch in der Bestimmung der Rotationsachse. Diese können nicht aus den Messdaten ermittelt werden. Anhand von künstlich erzeugten Messdaten wurden diese allerdings abgeschätzt. Die Ergebnisse hierzu sind in Kapitel 5.7.2 beschrieben.



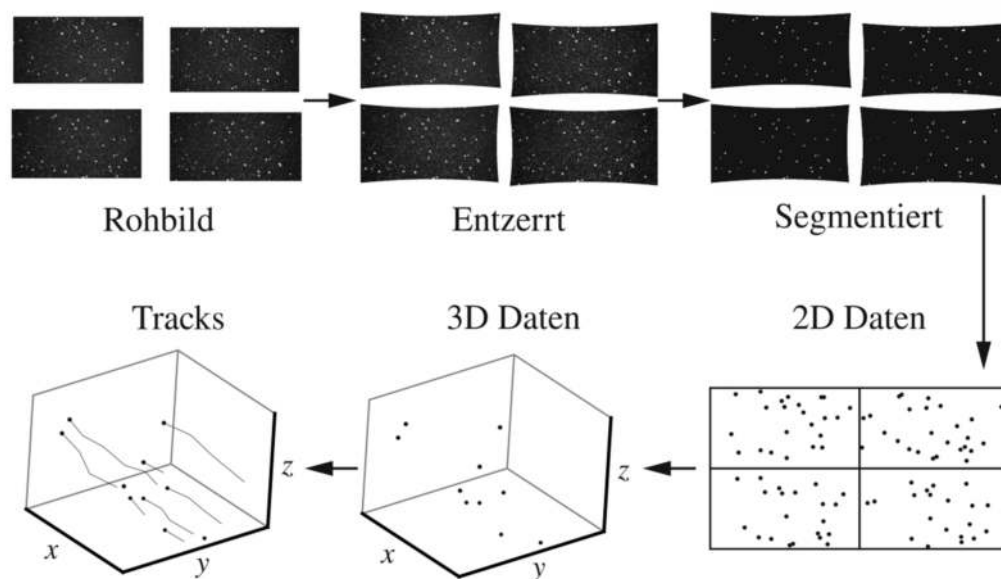
**5-9 Systematischer Fehler in der Rotationsachsenkalibration; Die gestrichelte Linie gibt die tatsächliche Kreisbahn der Messungen an. Die durchgezogene Linie gibt eine Schätzung durch den Algorithmus an. Die graue Fläche gibt die Streuung der Messwerte an.<sup>14</sup>**

---

<sup>14</sup> Formell richtig müsste die Breite  $\Delta$  des Streubandes mittels der Anzahl an Messungen pro Track korrigiert werden:  $\Delta \approx 4\sigma/\sqrt{N_j}$ . Bei 36 Messungen pro Track ergibt sich eine Streubreite von  $\Delta \approx 2\sigma/3$ , wobei  $\sigma$  hier die Standardabweichung der Einzelmessung ist.

## 5.6 Bildauswertung

Die einzelnen Stufen der Bildauswertung zeigt Abbildung 5-10. Der Reihe nach werden (1) die erfassten Rohbilder aufgrund des intrinsischen Modells entzerrt. Mittels Segmentierung werden (2) die Abbilder der Tracer identifiziert. Um (3) die Messpunkte in den einzelnen Bildern räumlich zuzuordnen, werden diese mit Hilfe von Epipolareometrie analysiert. Darauf aufbauend wird (4) die räumliche Position der Messpunkte trianguliert. Anschließend folgt (5) die zeitliche Zuordnung der Messpunkte. Die Daten der einzelnen Tracks wird schließlich (6) aus Kamerakoordinaten in Zylinderkoordinaten umgerechnet.



5-10 Flussdiagramm zur Bildauswertung. Rohbilder werden zunächst entzerrt. Daraufhin folgt die Segmentierung und Bilderkennung, welche 2D Pixeldaten ergibt. Diese werden in 3D kartesische Koordinaten umgerechnet, woraufhin eine zeitliche Zuordnung die Tracks ermittelt.

### 5.6.1 Bestimmen der Bildpunkte

Die Bilder wurden nach dem intrinsischen Modell aus Kapitel 2.5.1 und Kapitel 5.3 entzerrt. In Abbildung 5-10 sind Rohdaten und entzerrte Bilder gegenübergestellt. Die tonnenförmige Verzerrung aufgrund des Weitwinkelobjektivs führt zu einem „Auseinanderziehen“ des Bildes. Das Bild wird daraufhin segmentiert und die Abbilder mittels ihrer Merkmale sortiert.

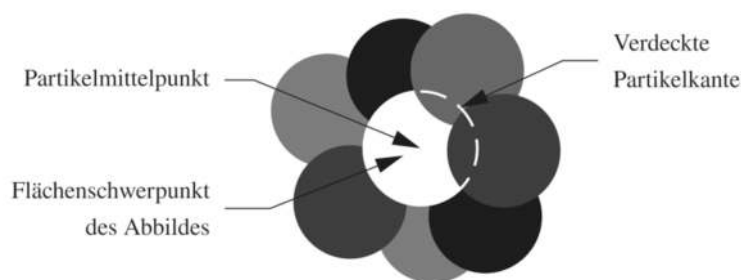
Werden Tracer durch das Granulat verdeckt, so wird der gemessene Flächen-schwerpunkt nicht mittig im eigentlichen Partikel liegen. Abbildung 5-11 zeigt dies schematisch.

Insbesondere bei den CC13 und SG10 Granulaten ist es möglich mittels der Konvexität und Rundheit der Flecken die Abbilder zu bewerten. Eine Verdeckung wie in Abbildung 5-11 kann gut ausgesondert werden. In Abbildung 5-12 sind drei verdeckte Tracer im CC13 Granulat aus der Sicht aller Sensoren darge-

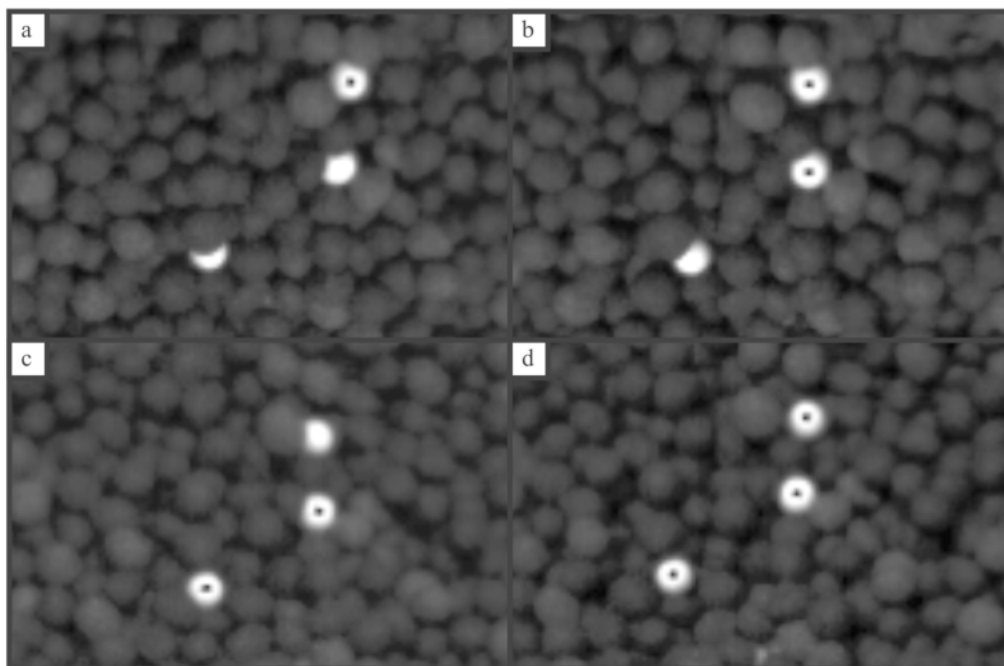
stellt. Schwarze Punkte geben hierbei den Flächenschwerpunkt eines „gültigen“ Abbildes an.

Das Abbild eines verdeckten Tracers ist je nach Blickwinkel sehr unterschiedlich. Dadurch ergibt sich, dass keiner der drei abgebildeten Tracer in allen vier Sensoren als gültiges Abbild erkannt wird. Somit wurden Tracer wie diese nicht ausgewertet.

Beim SG05 Granulat war dies nicht möglich, da die Abbilder zu klein sind (vergleiche Abbildung 5-1). Hierbei muss demnach davon ausgegangen werden, dass verdeckte Tracer mit ausgewertet wurden. Da die Tracer hier allerdings auch recht klein sind, ergibt sich ein geringerer Fehler.



### 5-11 Verdeckung von Tracer

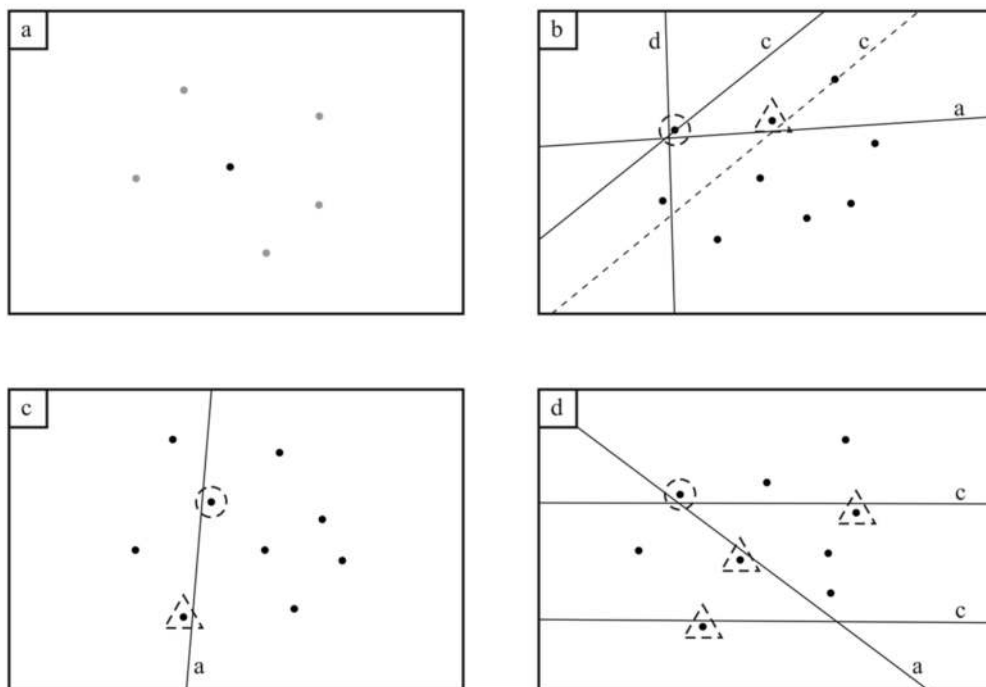


**5-12 Verdeckte Tracer aus verschiedenen Blickwinkeln; Abbilder mit einem Punkt wurden von der Bilderkennung als zulässig bewertet. Stark verdeckte Tracer werden nicht weiter genutzt, da sie nicht in allen vier Sensoren einwandfrei erkennbar sind.**

### 5.6.2 Bestimmen der Raumpunkte

Im weiteren Verlauf wurden die Flächenschwerpunkte der einzelnen Abbilder genutzt um aus zweidimensionalen Bilddaten dreidimensionale Raumpositionen zu errechnen. Die in Kapitel 2.5.3 bereits beschriebene Epipolargeometrie wurde genutzt, um Bildpunkte, welche zueinander gehören, als solche zu identifizieren. Im Folgenden wird auf die Eigenheiten der Epipolargeometrie bei mehreren Bildsensoren eingegangen. In Abbildung 5-13 wird ein beispielhafter Datensatz skizziert. Nachdem die Abbilder zugeordnet wurden, konnten die Positionen der Tracer ermittelt werden (siehe Kapitel 2.5.3).

Es werden die Bilddaten der vier Sensorköpfe vereinfacht nebeneinander dargestellt. Im ersten Schritt wird ein beliebiger Bildpunkt im Bild (a) ausgewählt, und die entsprechende Epipolarlinie in Bild (c) eingetragen. Unsicherheiten aufgrund von Fehlern im Kameramodell erfordern, dass Bildpunkte mit einem gewissen Abstand zur Epipolarlinie dennoch erfasst werden. Untersuchungen an verschiedenen Messreihen ergaben, dass ein Großteil der Bildpunkte weniger als 1 Pixel von den entsprechenden Epipolarlinien entfernt ist. Es ist erkennbar, dass in Abbildung 5-13 (c) zwei mögliche Bildpunkte zur Epipolarlinie aus Bild (a) gehören können. Eine eindeutige Zuordnung ist demnach noch nicht möglich.



5-13 Epipolarsuche bei vier Bildsensoren. Eine falsche Zuordnung (gestrichelte Dreiecke) ergibt sich durch die Ungenauigkeit in der Epipolargeometrie. Die richtigen Abbilder (gestrichelte Kreise) sind mittels mehrerer Kameras aussortierbar.

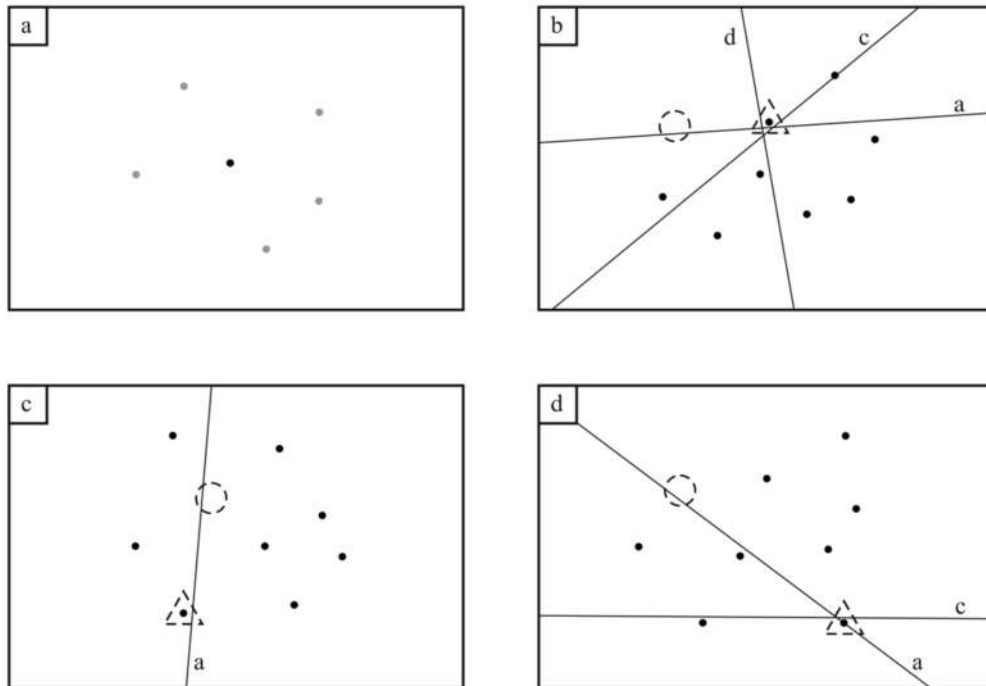
Es werden daraufhin die Epipolarlinien aller bisherigen Kandidaten in das Bild (d) projiziert. Auch hier liegen insgesamt vier Bildpunkte nahe der Epipolarlinien. Allerdings ist nur ein einziger Bildpunkt nahe an beiden Epipolarlinien aus den Bildern (a) und (c). Dieser ist mit einem Kreis markiert. Damit ist ebenfalls der richtige Bildpunkt in Bild (c) identifiziert. Schließlich werden die zugehörigen Epipolarlinien in Bild (b) projiziert, um zusätzlich zu kontrollieren, ob auch hier ein Bildpunkt zu finden ist.

Es ist an diesem Beispiel ersichtlich, dass zwei Sensorköpfe nicht ausreichen, um zugehörige Bildpunkte uneindeutig zuzuordnen. Allerdings ist dies auch mit mehr Bildsensoren nicht garantiert. Wird im vorliegenden Beispiel der Sensor (d) ignoriert ergibt sich keine uneindeutige Zuordnung. In diesem Fall schneiden sich die Epipolarlinien aus Bild (a) und (c) in zwei Punkten in Bild (b). Gleichzeitig sind an diesen Schnittpunkten auch tatsächlich Bildpunkte zu finden. Somit ist selbst mit drei Bildsensoren keine uneindeutige Zuordnung möglich.

Dies ist prinzipiell auch mit vier Bildsensoren möglich, wenn auch äußerst selten. Der Algorithmus wertet entsprechend nur Bildpunkte aus, welche in allen vier Bildern uneindeutig zuordenbar sind. Sobald der Algorithmus erkennt, dass ein Bildpunkt zu mehreren verschiedenen Bildpunkten zugewiesen werden könnte, so werden alle beteiligten Bildpunkte ignoriert.

Somit bleibt lediglich ein Sonderfall übrig. Dieser ist in Abbildung 5-14 dargestellt. Hier werden die richtigen Abbilder in den Sensoren (b) bis (d) durch die Segmentierung nicht detektiert (gestrichelte Kreise). Dies kann beispielsweise dadurch geschehen, dass der entsprechende Tracer aus diesen Blickwinkeln verdeckt ist. Gleichzeitig werden in den Sensoren (b) bis (d) auf den Epipolarlinien korrekte Abbilder detektiert. Diese Abbilder gehören per Definition jeweils zu einem separaten Tracer. Allerdings dürfen diese Tracer wiederum in den jeweils anderen Sensoren nicht detektiert werden, da ansonsten keine uneindeutige Zuordnung geschieht. Der Algorithmus ergibt demnach genau dann eine fehlerhafte Messung, wenn vier unterschiedliche Tracer derart verdeckt werden, sodass sie in jeweils nur einem Sensor als korrekt detektiert werden. Darüber hinaus müssen diese vier Tracer auch die Beschränkung durch die Epipolargeometrie einhalten.





5-14 Möglicher Fehler bei der räumlichen Zuordnung; die richtigen Abbilder werden durch die Segmentierung nicht erkannt (gestrichelte Kreise); die falschen Abbilder (gestrichelte Dreiecke) ergeben sich durch Abbilder von jeweils unterschiedlichen Tracern.

Selbst im Falle einer solchen Fehlmessung ist diese leicht als Ausreißer zu erkennen. Im Fall von Abbildung 5-14 würde die anschließende Triangulation eine wesentlich größere Entfernung zur Kamera ergeben, als der restliche Partikelfilm aufweist. Dies ist das erste Merkmal um solche Ausreißer zu erkennen. Da außerdem im nächsten Schritt eine zeitliche Zuordnung geschieht, müssen die hier beschriebenen Umstände auch im nächsten Bild vorliegen. Derartige Fehlmessungen können hierdurch aussortiert werden.

### 5.6.3 Bestimmen der Tracks

Nachdem die Position der Tracer im Raum ermittelt wurde, werden sukzessiv die Zeitpunkte einer Messung miteinander verbunden. Gemäß der 4-Best-Estimate Methode (siehe Kapitel 2.5.4) wird jedem Tracer ein Track zugewiesen, welcher die Position und Geschwindigkeit im aktuellen Zeitpunkt speichert. Im darauffolgenden Zeitpunkt werden zuerst alle bestehenden Tracks fortgeführt. Basierend auf der vorherigen Position und Geschwindigkeit wird die aktuelle Position geschätzt. Die anschließende Nearest-Neighbor-Suche erfolgt mit einem Suchradius von 2 Pixeln.

Alle übrig gebliebenen Tracer werden mit einem neuen Track initiiert. Da hauptsächlich stationäre Zustände gemessen werden, ist davon auszugehen, dass neue Tracks eine nahezu gleiche Geschwindigkeit aufweisen, wie die bereits vorhan-

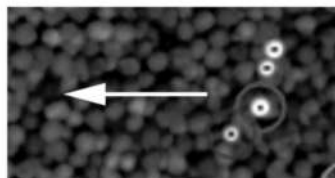
denen Tracks. Ihnen wird demnach die mittlere Geschwindigkeit im aktuellen Frame zugewiesen.

Ein wesentlicher Einfluss auf die Leistung eines Tracking-Algorithmus ist das Verhältnis zwischen dem mittleren Abstand der Tracer untereinander und dem mittleren Versatz der Tracer zwischen zwei Frames. Bewegen sich Tracer zwischen zwei Frames in etwa so weit, wie diese Tracer auseinanderliegen, so kann es passieren, dass zwei unterschiedliche Tracer demselben Track zugeordnet werden.

Ein ähnlicher Effekt ist aus Western-Filmen bekannt. Bei einer bestimmten Geschwindigkeit erscheint das Wagenrad an der Kutsche rückwärts zu drehen. Da die Speichen zwischen zwei Bildern knapp bis zur Position der nächsten Speiche drehen, erscheint es dem menschlichen Auge „natürlicher“, dass das Wagenrad in die falsche Richtung dreht. Das gleiche ist ebenfalls beim Tracking möglich.

Die maximal untersuchte Oberflächengeschwindigkeit war etwa 200 mm/s. Bei einer Bildrate von 40 Hz ergibt das einen mittleren Versatz von 5 mm. Je nach Granulat unterschreiten bis zu 20 % der im Bild befindlichen Tracer diesen Abstand zum nächsten Tracer. In diesen Fällen ist es prinzipiell möglich, dass fehlerhafte Tracks definiert werden.

Da allerdings die Tracer größtenteils in die gleiche Richtung fließen, verringert sich die Möglichkeit von Fehlern. In Abbildung 5-15 ist ein solcher Fall dargestellt. Darin sind vier Tracer zu erkennen, welche wesentlich näher als 5 mm zueinander sind. Es ist ebenfalls die Hauptflussrichtung eingezeichnet. Zwar sind die Tracer nahe beieinander, aber in Fließrichtung sind keine störenden Tracer zu erkennen. Somit wird das Gesamtergebnis des Tracking nicht wesentlich gestört. Der oben angegebene Wert von 20 % Tracer ist somit eine obere Grenze. Der Anteil an tatsächlich kritischen Tracern war wahrscheinlich wesentlich geringer.

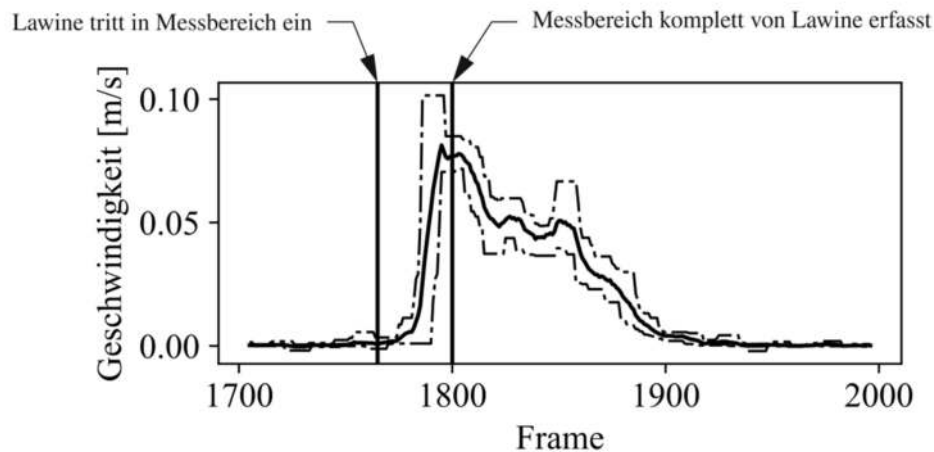


**5-15 Tracking bei zu hohem Versatz; obwohl die Tracer sehr nahe beieinander liegen, wird die Messung nicht gestört, da sie senkrecht zur Fließrichtung (weißer Pfeil) verteilt sind.**

Um das Verhalten des Algorithmus näher zu untersuchen, wurden Messungen bei unterkritischem Volumenstrom durchgeführt. Ein beispielhaftes Ergebnis zeigt Abbildung 5-16. Hierin ist der zeitlichen Verlauf der gemessenen Oberflächengeschwindigkeit dargestellt, während eine Lawine durch das Messvolumen fließt. Darin ist ebenfalls markiert, in welchem Zeitpunkt die Lawine zum ersten Mal im Messvolumen sichtbar ist, und wann die Lawine das gesamte Messvolumen erfasst hat.

Erst wenn die Lawine mehr als die Hälfte des Messvolumens erfasst, reagiert der Algorithmus auf die neue Geschwindigkeit. Davor überwiegen die noch still stehenden Tracks. Dadurch werden neue (schnellere) Tracks nicht erlaubt. Der Algorithmus erscheint somit stabil, solange wesentlich mehr als die Hälfte aller Tracks korrekt detektiert werden. Wie oben bereits beschrieben, besteht bei weniger als 20 % der Tracks die Möglichkeit, dass diese fehlerhaft gemessen werden. Somit ist davon auszugehen, dass Tracking-Fehler vernachlässigbar sind.

Außerdem wurden zwei Messungen bei wesentlich höheren Oberflächengeschwindigkeiten durchgeführt: 250 mm/s und 380 mm/s. In diesen Fällen ist der Algorithmus ebenfalls in der Lage, die mittlere Geschwindigkeit zu bestimmen. Allerdings muss eine initiale Geschwindigkeit nahe der tatsächlichen Geschwindigkeit angegeben werden, damit der Algorithmus sich stabilisiert<sup>15</sup>.

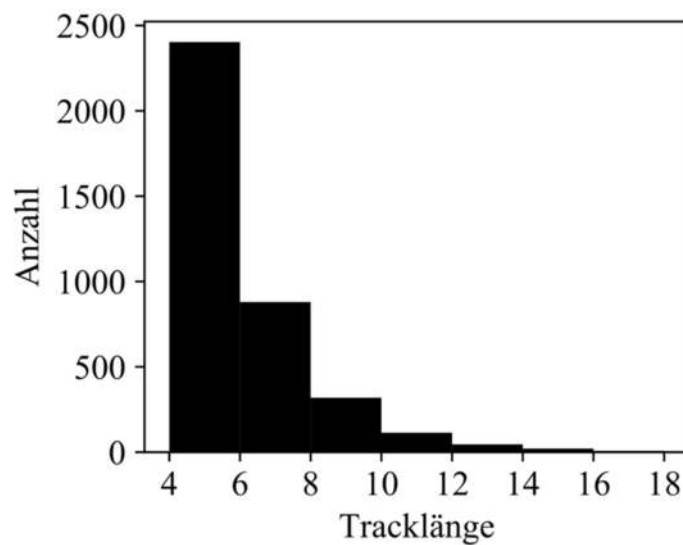


5-16 Gemessene Geschwindigkeit über Framenummer bei Lawinen; durchgezogene Linie: Gleitender Mittelwert; strichgepunktete Linien: Gleitendes Maximum bzw. Minimum; Fensterbreite liegt bei 10 Frames; senkrechte Linien zeigen den Eintritt der Lawine in das Messvolumen sowie den Zeitpunkt, ab welchem das gesamte Messvolumen von der Lawine erfasst ist. Die Bildrate ist 40 Hz.

<sup>15</sup> Je nach Anfangsbedingung war es bei 380 mm/s sogar möglich, dass der Algorithmus eine negative Geschwindigkeit ermittelt; ähnlich zu den rückwärts drehenden Wagenrädern in Western-Filmen.

## Länge der Tracks

Offensichtlich dürfen nur Tracks berücksichtigt werden, welche eine gewisse Mindestanzahl an Frames bestehen. Der genutzte Algorithmus bedarf mindestens drei Frames um die Beschleunigung abzuschätzen. Hier gezeigte Messungen beruhen stets auf Tracks mit mindestens vier Frames Länge. Gleichzeitig geschieht es sehr häufig, dass Tracer durch das Granulat verdeckt werden. Dadurch werden die Tracks unterbrochen und gegebenenfalls ignoriert. Abbildung 5-17 zeigt ein Histogramm für die Tracklänge in einer Messung mit dem SG05 Granulat bei hoher Geschwindigkeit. Knapp 3500 Tracks sind mit 4 bis 8 Frames Länge gemessen worden.



5-17 Tracklänge bei hoher Geschwindigkeit

## 5.7 Fehleranalyse

Relevante Messgrößen der PTV sind der Radius des Films relativ zur Rotationsachse und die Geschwindigkeit des Granulates. Beide werden durch Fehler bei der Positionsmessung von Tracern beeinflusst. Außerdem beeinflussen Fehler im Taktgeber der Steuereinheit ebenfalls die Messung der Tracergeschwindigkeit.

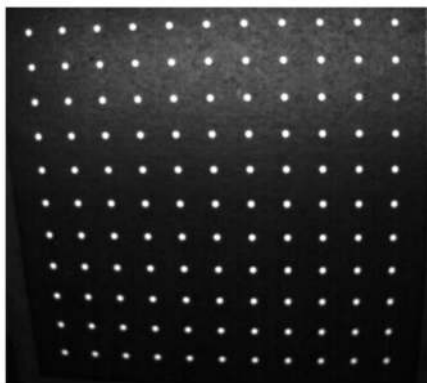
### 5.7.1 Geschwindigkeitsfehler

Die Kamera wurde derart eingestellt, dass die Belichtungszeit wesentlich länger ist, als die tatsächliche Blitzdauer. Der Blitz wurde durch ein entsprechendes Signal der Kamera ausgelöst. Dieses wurde um wenige  $\mu\text{s}$  verzögert, um stets den kompletten Blitz abzulichten. Der zeitliche Abstand zwischen aufeinanderfolgenden Bildern wird somit ausschließlich durch das Blitzlicht beeinflusst.

Um Fehler in der Bildrate zu untersuchen, wurde das Gesamtsystem mittels einer kalibrierten Hochgeschwindigkeitskamera getestet. Diese weist laut Herstellerkalibration einen systematischen Frequenzfehler von  $\pm 0,015\%$  auf, welcher entsprechend vernachlässigt wurde. Die Hochgeschwindigkeitskamera wurde auf den Blitz ausgerichtet. Einzelne Blitze sind somit durch eine Änderung des Grauwertes erkennbar. Der Abstand zwischen zwei Blitzen diente als Maß für die Bildfrequenz. Die Analyse ergab eine Bildfrequenz der PTV Kamera von  $f = 40,0\text{ Hz}$  mit einem stochastischen Fehler von  $\pm 0,04\text{ Hz}$ . Die Belichtungszeit wurde ebenfalls gemessen. Sie lag bei  $50 \pm 20\ \mu\text{s}$ , wodurch keine signifikante Bewegungsunschärfe entsteht.

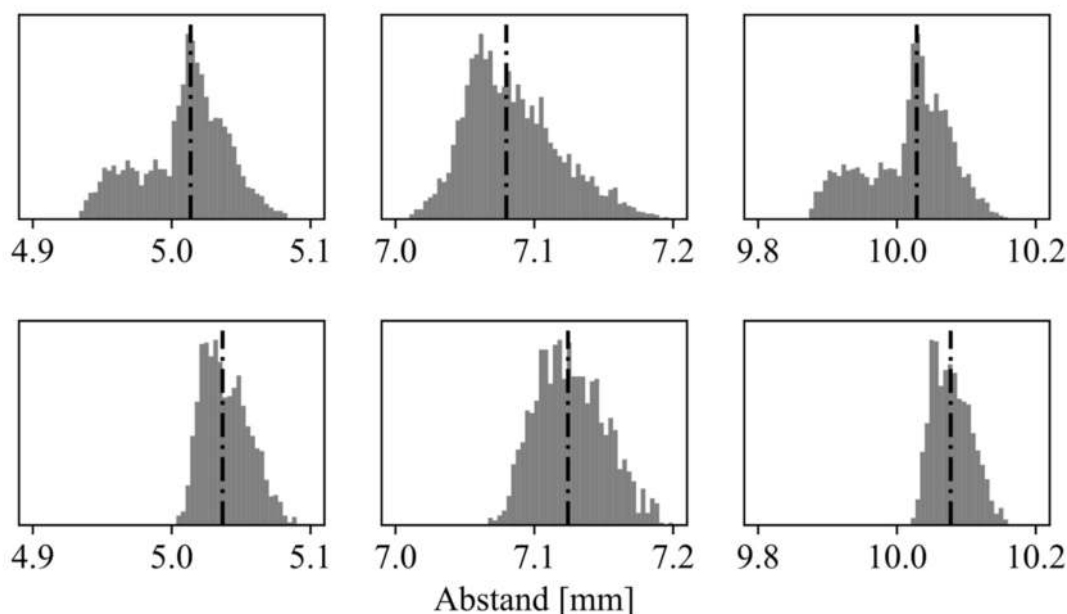
### Tests mit idealer Abbildung

Wie zuvor beschrieben, sind Abstände von maximal 5 mm zwischen zwei Frames relevant. Der Einfluss von Fehlern in der Abstandsmessung wird im Folgenden betrachtet. Ein planes Target mit regelmäßigem Muster (siehe Abbildung 5-18) wurde genutzt um diesen Fehler abzuschätzen. Hierbei kann von Fehlern durch Verdeckung abgesehen werden. Der Abstand zwischen zwei benachbarten Punkten auf diesem Target lag bei  $5,00\text{ mm} \pm 1\%$ . Dieser systematische Fehler beruht auf Fehlern in der Fertigung. Der Durchmesser der Punkte lag bei 1 mm.



5-18 planes regelmäßiges Target; die Punkte sind im Durchmesser 1 mm und die Kantenlänge des Gitters beträgt 5 mm.

Es wurden drei verschiedene Punktpaarungen untersucht: (1) Zunächst direkt benachbarte Punkte mit einem Sollabstand von 5 mm. (2) Diagonale benachbarte Punkte mit einem Sollabstand von  $5\sqrt{2}$  mm und (3) Punkte, welche im Gitter zwei Kanten entfernt voneinander sind (Sollabstand: 10 mm). Abbildung 5-19 zeigt die Messergebnisse an circa 2500 zufälligen Stellen im Messvolumen. Im oberen Teil werden alle Messungen dargestellt. Im unteren Teil werden Messungen im rechten Bildbereich mit  $x > 20$  mm dargestellt. In Tabelle 5-4 sind die Ergebnisse zusammengefasst.



5-19 Histogramm der gemessenen Abstände im idealen Target; oben: gesamtes Messvolumen; unten: Messungen mit  $x > 20$  mm; Links: für direkt benachbarte Punkte (Sollabstand 5 mm); Mitte: für diagonal benachbarte Punkte (Sollabstand 7,07 mm); Rechts: für doppelt entfernte Punkte (Sollabstand 10 mm). Strichpunktete Linien geben den Median an. Details im Text und Tabelle 5-4.

Abweichungen beruhen hauptsächlich auf dem Kameramodell und Fehlern in der Schwerpunktbestimmung. Das Kameramodell erzeugt prinzipiell einen lokalen, systematischen Fehler. Das ist daran zu erkennen, dass für Messungen am Rand des Messvolumens eine systematische Abweichung festzustellen ist (vergleiche Abbildung 5-19 oben mit unten). Unter der Bedingung, dass stets das gesamte Messvolumen herangezogen wird, werden sich die lokalen, systematischen Fehler ausgleichen. Somit darf in diesem Fall die hier gemessene Streuung als stochastischer Fehler behandelt werden. Vereinfachend wird im Folgenden mit einem Fehler von  $\pm 1,4\%$  gerechnet.

Tabelle 5-4: Messergebnisse am idealen Target; über das gesamte Messvolumen verteilt

Sollabstand	mm	5,00	7,07	10,00
Median Messwert	mm	5,01	7,08	10,03
Streuband	%	$\pm 1,2$	$\pm 1,1$	$\pm 1,4$

### Störungen durch Rotation des Receivers

Aufgrund der Montage des Kamerakopfes ist es möglich, dass dieser im Versuchsbetrieb Vibrationen ausgesetzt war. Diese Vibrationen verursachen eine stochastische Relativbewegung zwischen Kamerakopf und Partikelfilm. Somit könnte die Messung der Tracerposition beeinträchtigt worden sein.

Um diesen Effekt abzuschätzen, wurden Messungen im drehenden Receiver durchgeführt. Der Receiver wurde mit Granulat befüllt und daraufhin der Massenzufluss gestoppt. Nachdem das Granulat sich setzen konnte wurden Messungen mit einer Länge von 10 Sekunden durchgeführt (dies entspricht etwa 20 Umdrehungen). Auf diese Weise wurden knapp 2300 Tracks gemessen. Circa 80 % der Tracks streuen in Ihrer Position um maximal  $\pm 0,07$  mm. Dies wird als Abschätzung für den stochastischen Fehler aufgrund der Rotation genutzt.

### Zusammenfassend

Die einzelnen Fehlereinflüsse sind in Tabelle 5-5 aufgelistet. Vorausgesetzt es werden mehrere Messungen im gesamten Messvolumen durchgeführt, so darf der Fehler aufgrund des Kameramodells und der Bilderkennung als stochastisch betrachtet werden. Je nach der Anzahl  $N$  der gemessenen Geschwindigkeiten ergibt sich der absolute, stochastische Fehler  $\epsilon_v$  einer Messung nach (5-2). Hierbei ist  $\Delta\vec{X}$  die gemessene Verschiebung,  $f$  die Bildfrequenz der Kamera und  $\epsilon_{\Delta\vec{X}}$  und  $\epsilon_f$  die stochastischen Fehler in der Abstandsmessung und Bildfrequenz. Unter

den oben genannten Annahmen bleibt ein systematischer Fehler von  $\pm 1 \%$ , welcher auf der Ungenauigkeit des Kalibrationstargets beruht.

$$\epsilon_v = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{(f \cdot \epsilon_{\Delta \bar{X}})^2 + (\Delta \bar{X} \cdot \epsilon_f)^2} \quad (5-2)$$

**Tabelle 5-5: Fehlerkomponenten bei Geschwindigkeitsmessung**

Quelle	Einheit	Wert	Typ
Bildfrequenz	Hz	$\pm 0,04$	stochastisch absolut
Kalibrationstarget	mm	$\pm 1 \%$	systematisch relativ
Kameramodel und Bilderkennung	mm	$\pm 1,4 \%$	systematisch (stochastisch) relativ
Rotation des Receivers	mm	$\pm 0,07$	stochastisch absolut

### 5.7.2 Positionsfehler

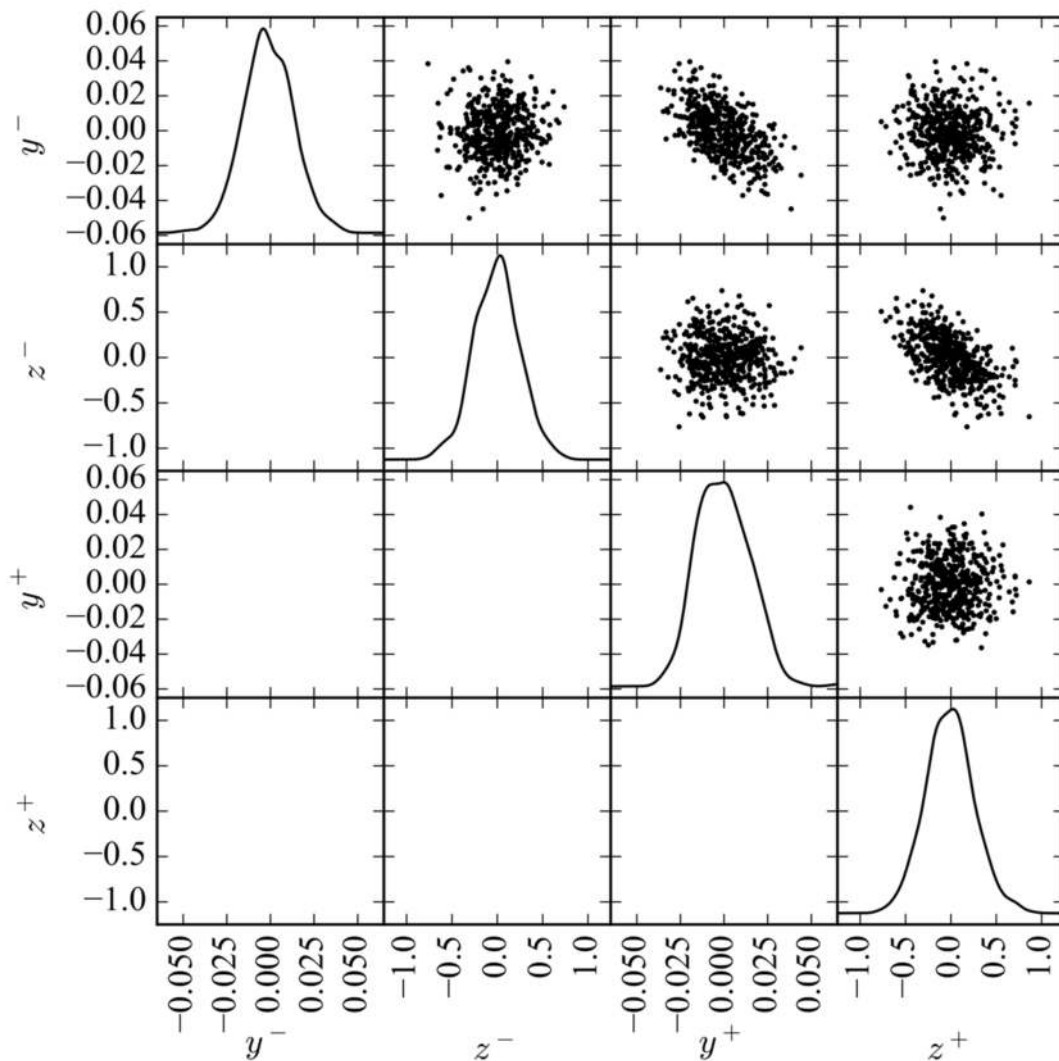
Kapitel 5.5 beschreibt, dass auf Grund des begrenzten Messvolumens ein systematischer Fehler in der Bestimmung der Rotationsachse zu erwarten ist. Da die Position der Rotationsachse notwendig ist, um den absoluten Wert des Radius des Films zu messen, wird im Folgenden der damit verbundene Fehler abgeschätzt. Hierzu wurden künstliche Messdaten erzeugt und in mehreren Hundert Durchläufen eine entsprechende Kalibration der Rotationsachse simuliert.

Es wurden hierbei die realen Bedingungen nachgestellt. Die Kreisbahnen haben einen Radius zwischen 80 und 100 mm. Pro Kreisbahn werden 25 bis 35 einzelne Messpunkte detektiert. Jede einzelne Kalibration der Rotationsachse beruht auf 100 Kreisbahnen. Es sind 500 künstliche Messdatensätze erzeugt worden. Allen ist gemein, dass die tatsächliche Rotationsachse gleich der x-Achse im Kamerakoodinatenystem ist. Der Abstand zwischen zwei Messungen auf einer Kreisbahn liegt bei etwa 6 mm. Hierfür wurde im vorigen Kapitel ein Fehler von  $\pm 0,14$  mm abgeschätzt<sup>16</sup>. Da der Fehler aus zwei Messungen etwa dem  $\sqrt{2}$ -fachen der Einzelfehler entspricht ergibt sich demnach eine Unsicherheit von etwa 0,1 mm in den Einzelmessungen.

---

<sup>16</sup> Es sind lediglich Fehler aufgrund des Kameramodels, der Bilderkennung und des Kalibrationstarget relevant. Es liegen keine Zeitfehler vor.





5-20 Drift der Fitparameter bei Kalibration der Rotationsachse; die Skalenunterschiede zwischen  $y$  und  $z$  sind zu beachten. Details siehe Text.

Abbildung 5-20 gibt die Ergebnisse dieser Simulation in einem Streudiagramm kombiniert mit der geschätzten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Fit-Parameter wieder. Jeder Datensatz besteht aus den vier Fitparametern  $[y^- \ z^- \ y^+ \ z^+]$ . Auf der Diagonale in Abbildung 5-20 ist eine Abschätzung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Fitparameter dargestellt. Die Dichtefunktionen zeigen, dass die Fitparameter nahezu normalverteilt um den tatsächlichen Wert (Null) streuen. 95% der  $y$ -Werte werden in einem Intervall der Breite 0,058 mm erfasst. 95% der  $z$ -Werte werden hingegen in einem Intervall der Breite 1,1 mm erfasst. Diese Werte wurden entsprechend als Fehler der Fit-Parameter genutzt.

In den Nebenbildern in Abbildung 5-20 entspricht jeder Punkt einem Wertepaar aus demselben Datensatz. Im unteren Dreieck sind die Daten nicht dargestellt, da sie eine Spiegelung des oberen Dreiecks sind. Offensichtlich korrelieren jeweils

die y-Werte und die z-Werte; daran zu erkennen, dass die Hauptachsen der Streuung nicht senkrecht, beziehungsweise waagrecht sind. Darüber hinaus scheinen keine weiteren Korrelationen vorhanden zu sein. Eine nähere Betrachtung ergab eine Korrelationsmatrix nach (5-3).

$$\text{COR}([y^- \quad z^- \quad y^+ \quad z^+]) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0,5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0,5 \\ -0,5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0,5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-3)$$

### Auswirkung auf Messungen

In der Auswertung sind insbesondere der Radius und die Höhe der Partikel wichtige Messgrößen. Im Allgemeinen ist das Fließverhalten über den Umfang homogen, und somit der Azimut-Winkel irrelevant. Es muss demnach der Fehler der Fit-Parameter der Rotationsachse auf Fehler der Radiusmessung umgerechnet werden. Wie oben beschrieben, korrelieren die Fehler der Fit-Parameter. Dies bedingt, dass der Radius eines einzelnen Partikels schlechter bestimmt werden kann, als der Versatz eines Partikels zwischen zwei Zeitpunkten.

Der systematische Fehler für die Messung des Radius liegt nach diesen Ergebnissen bei  $\pm 0,7$  mm im Randbereich des Messvolumens. Zentral vor der Kamera verringert sich der Fehler auf  $\pm 0,4$  mm. Dieser Fehler ist nicht davon abhängig, wie oft eine Messung wiederholt wird. Während der Geschwindigkeitsfehler zum Großteil auf stochastischen Fehlern beruht, handelt es sich bei der Messung des Radius hauptsächlich um systematische Fehler.

#### 5.7.3 Fehler im Volumenstrom

Der charakteristische Volumenstrom ist ebenfalls abhängig von der Messung des Radius der Filmoberfläche. Zusätzlich wird die Schüttdichte benötigt, welche je nach Fließzustand variiert. In der Literatur wird oft mit einer mittleren Schüttdichte von  $0,6 \cdot \rho_p$  der Reindichte gerechnet. Aus Tabelle 3-1 ist ersichtlich, dass das Verhältnis zwischen Rein- und Schüttdichte der genutzten Granulate zwischen 0,56 und 0,58 liegt. Die Approximation der Schüttdichte im fließenden Film geschieht durch das 0,98-fache der Schüttdichte laut Tabelle 3-1. Hierfür wird ein systematischer Fehler von  $\pm 2$  % angenommen.

Der systematische Fehler in der Drehzahlmessung liegt laut Kapitel 3.2 bei  $\pm 0,5$  %. Aufgrund der langen Messdauer wurde der Fehler in der Massenstrommessung vernachlässigt. Somit ergibt sich ein systematischer Fehler von  $\pm 3$  % für den charakteristischen Volumenstrom. Dieser beruht hauptsächlich auf der Unsicherheit in der Schüttdichte des Films.

## 6 Fließverhalten

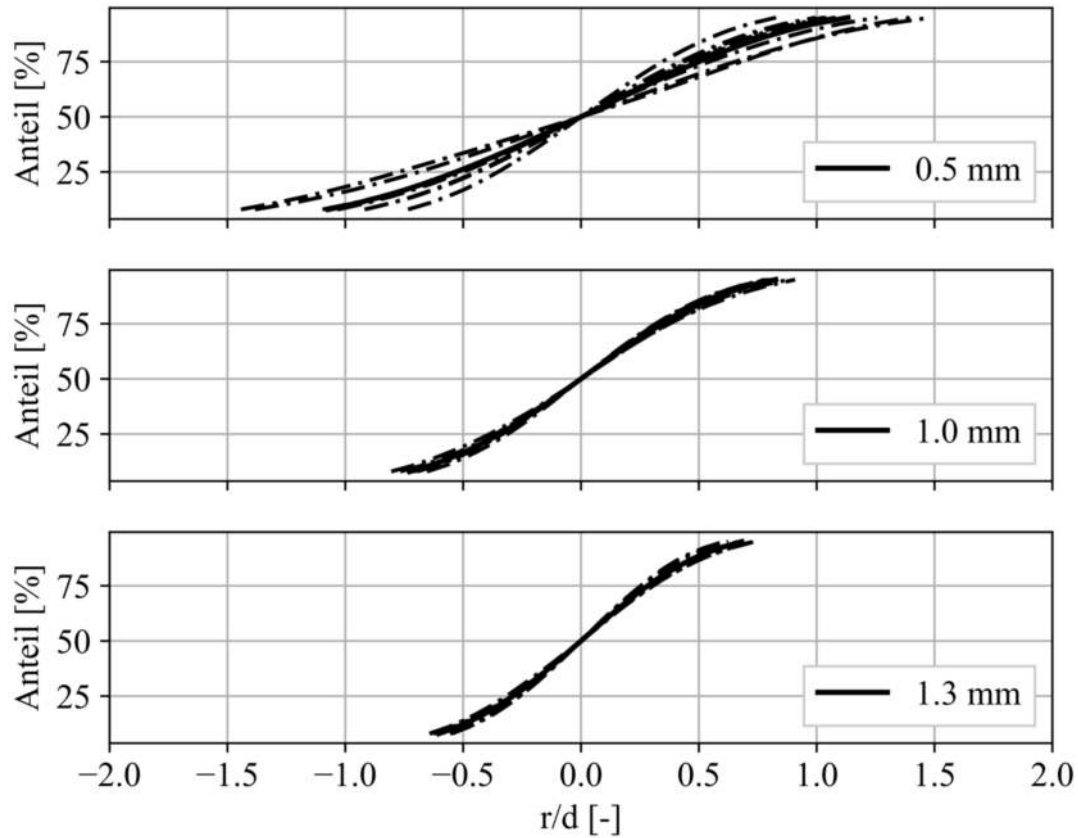
Dieser Abschnitt soll die Modellierung aus Kapitel 4 mittels der gewonnenen Messdaten abschließen und bewerten. Zentrale Messgröße ist hierbei die Oberflächengeschwindigkeit des Granulatfilmes. Die erfolgten Messungen werden entsprechend beschrieben. Als Referenz wird ebenfalls der vereinfachte, empirische Ansatz mit den Messdaten verglichen. Das Modell basierend auf [Jop, Forterre et al. 2005] wird ebenfalls auf die Messdaten angewendet. Ein Vergleich beider Modelle sowie eine Beschreibung der Modellaussagen beenden dieses Kapitel.

### 6.1 Filmoberfläche

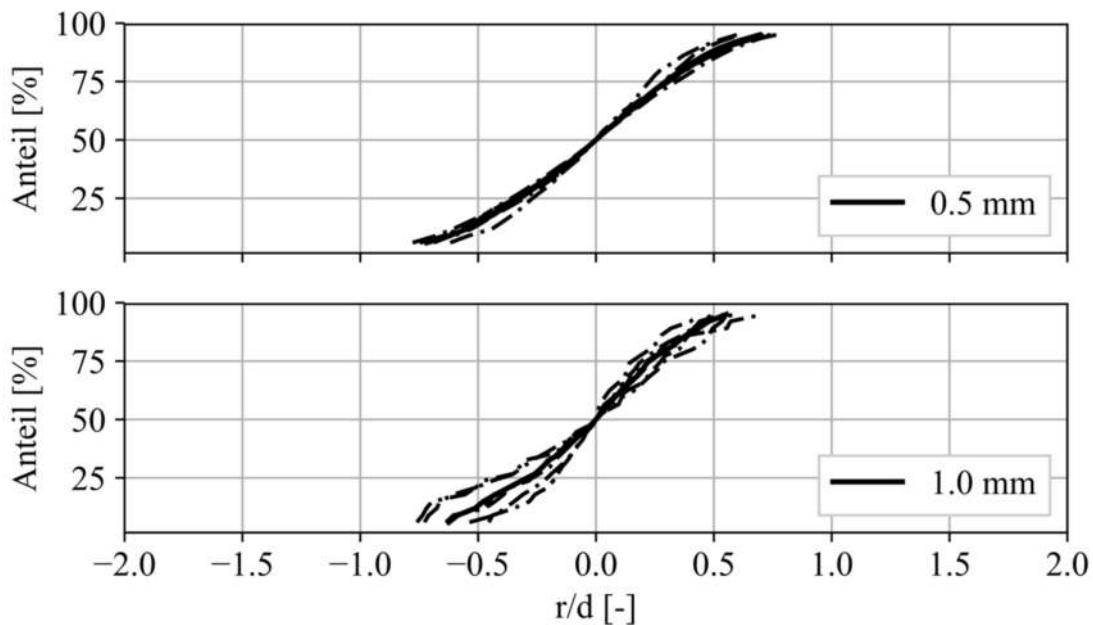
Die Filmoberfläche ist aufgrund der Partikel nicht exakt definierbar. Abbildung 6-1 zeigt für verschiedene Messreihen die Verteilung der radialen Position aller Messpunkte. Der Bezugsradius ist derjenige, welcher die Messpunkte in der Hälfte teilt (50-Perzentil). Alle dargestellten Messreihen wurden bei überkritischem Volumenstrom durchgeführt. Die Streuung der Messwerte ist signifikant größer als die stochastischen Fehler der Messungen. Somit zeigen die Messwerte die natürliche „Rauigkeit“ der Filmoberfläche.

Bei großen Partikeln (CC13 und SG10) streut die Messung lediglich um einen Partikeldurchmesser. Für das SG05 Material wurde eine größere Streuung gemessen. Der Grund hierfür ist wahrscheinlich das erschwerte Filtern von verdeckten Tracern, da die Abbilder zu klein sind und nicht anhand von ihrer Rundheit gefiltert werden können.

Gleichzeitig muss davon ausgegangen werden, dass die Schüttdichte an der Oberfläche unter der statischen Schüttdichte liegt. Daraus folgt, dass die Oberfläche eines fließenden Films „durchsichtiger“ ist als die eines stehenden Films. Abbildung 6-2 zeigt entsprechende Messungen für stehende Filme. Selbst mit der schlechteren Bildauswertung zeigt das SG05 Granulat hier ebenfalls eine Streuung von einem Partikeldurchmesser. Auch das SG10 Granulat weist eine derartige Streuung für stehende Filme auf. Für das SG05 Granulat liegt es somit nahe, ausschließlich die oberen  $d$  Millimeter der Filmoberfläche zu nutzen um somit eine nachträgliche Selektion der Tracerbilder zu erhalten.



6-1 Verteilung der Messungen bei fließenden Filmen über normiertem Radius; Bezugsradius ist das jeweilige 50-Perzentil. Die strichgepunkteten Linien geben einzelne Messreihen an. Die durchgezogene Linie gibt den Mittelwert aller Messreihen an.<sup>17</sup>

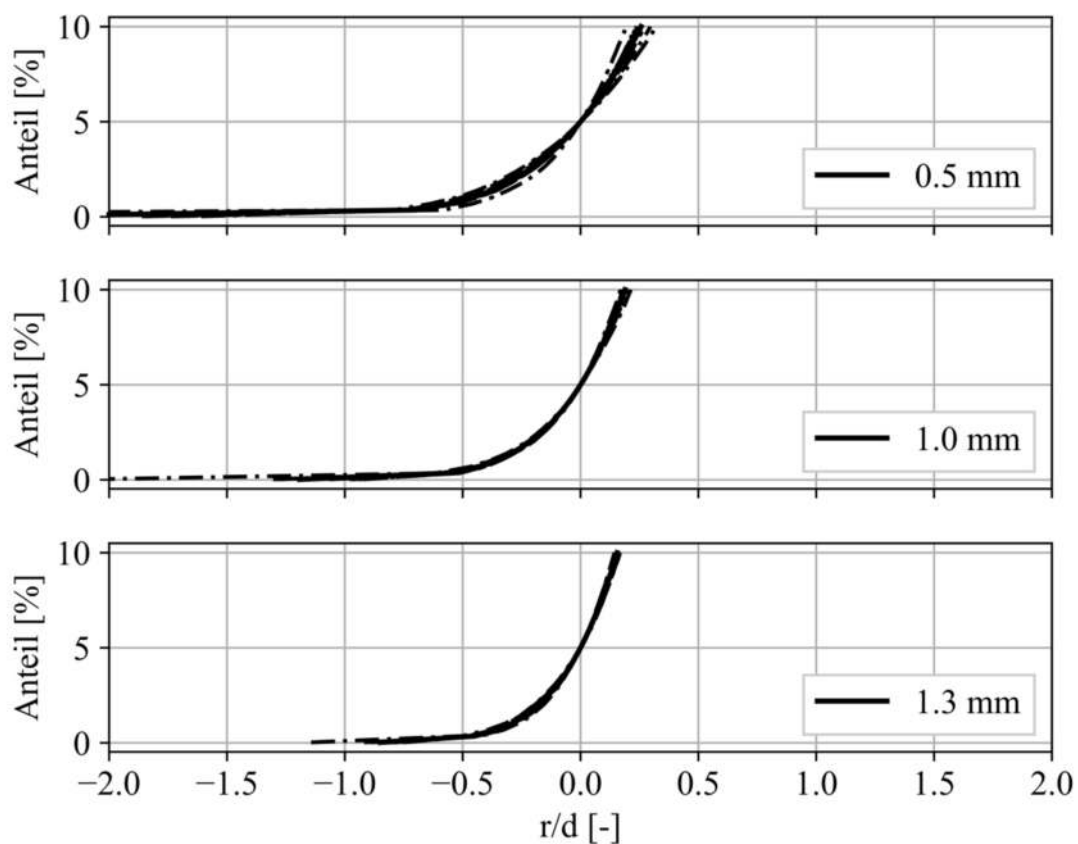


6-2 Verteilung der Messungen bei stehenden Filmen über normiertem Radius; Bezugsradius ist das jeweilige 50-Perzentil. Die strichgepunkteten Linien geben einzelne Messreihen an. Die durchgezogene Linie gibt den Mittelwert aller Messreihen an.

<sup>17</sup> Eine zeitliche Variation der Messverteilung ist nicht feststellbar, und daher auch nicht thematisiert.

### Nebenbemerkung zu Ausreißern

Laut Kapitel 5.6.2 ist es möglich, dass eine fehlerhafte räumliche Zuordnung der Abbilder zu Ausreißern führt. Zusätzlich ist es möglich, dass vereinzelt Partikel frei durch den Receiver fallen. In Abbildung 6-3 sind Messungen mit sehr geringen Radien vergrößert dargestellt. Hierbei wurde außerdem nicht mittels der Tracklänge gefiltert. Sie enthalten demnach Ausreißer und Fehlmessungen. Diese sind daran erkennbar, dass die Linien für geringe Perzentile gleichzeitig zu sehr niedrigen Radien abdriften. Der Anteil der Ausreißer ist allerdings gering. Lediglich 2 % der Messpunkte weisen eine starke Abweichung zum Rest auf. Diese wurden demnach stets aussortiert.

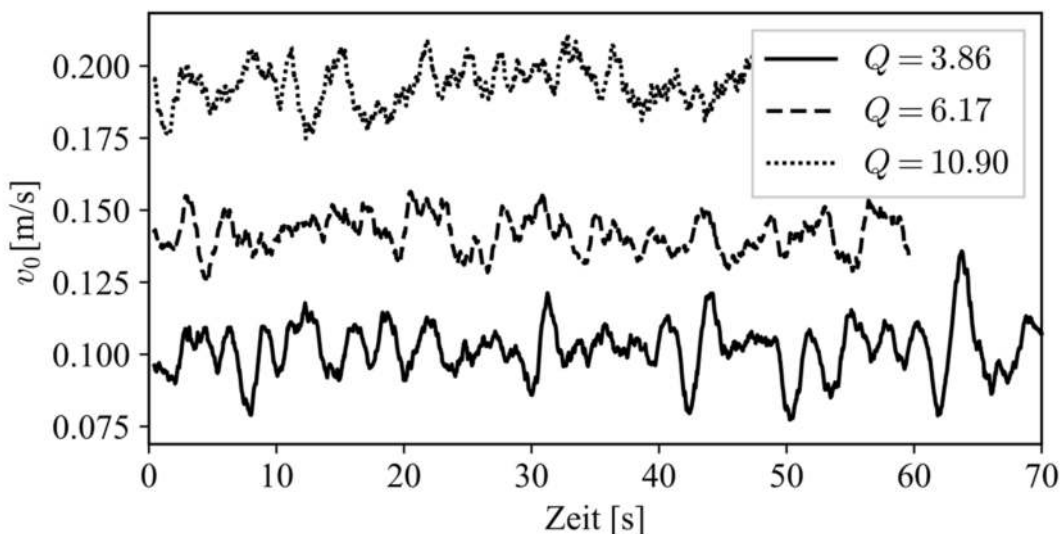


6-3 Ausreißer; Ähnliche Darstellung wie Abbildung 6-1. Bezugsradius ist das jeweilige 5-Perzentil. In diesen Messungen wurde die Tracklänge nicht gefiltert. Somit werden auch einzelne Ausreißer und Fehlmessungen dargestellt. Die strichgepunkteten Linien geben einzelne Messreihen an. Die durchgezogene Linie gibt den Mittelwert aller Messreihen an.

## 6.2 Oberflächengeschwindigkeit

Zur Auswertung der Oberflächengeschwindigkeit wurden gemäß dem vorigen Kapitel die oberen  $d$  Millimeter der Filmoberfläche berücksichtigt. Die gemessene Geschwindigkeit zeigte signifikante Fluktuationen. Eine Abschätzung des Frequenzspektrums des Signals zeigte ein lokales Maximum exakt bei der Drehfrequenz des Receivers. Es muss davon ausgegangen werden, dass eine geringfügige Unwucht vorlag. Außerdem war die Rotationsachse vermutlich nicht exakt senkrecht. Somit provozierte die Rotation des Receivers entsprechende Schwankungen der Oberflächengeschwindigkeit.

Abbildung 6-4 zeigt beispielhaft drei Messreihen am SG05 Granulat. Hier wurde ein gleitender Mittelwert als Tiefpassfilter genutzt, um die Drehfrequenz des Receivers zu unterdrücken. Der stochastische Fehler der Geschwindigkeitsmessung beträgt in diesem Fall  $\pm 1,01$  mm/s. Es sind Schwankungen in der Oberflächengeschwindigkeit erkennbar mit einer Amplitude von 10 bis 15 mm/s. Die Ursachen hierfür sind nur unzureichend durch stochastische Fehler in der Messung begründbar. Bis auf weiteres muss davon ausgegangen werden, dass diese eine natürliche Eigenschaft von Granulaten in CentRec Receivern sind.



6-4 Oberflächengeschwindigkeit über der Zeit SG05 Granulat; 2,00 Hz Receiverdrehzal; gleitender Mittelwert mit 51 Frames Fensterbreite (1,275 Sekunden). Durch den gleitenden Mittelwert werden hochfrequente Störungen unterdrückt. Dies beinhaltet insbesondere die Receiverdrehzahl. Die hier dargestellten Geschwindigkeitsschwankungen sind höher als der stochastische Messfehler von  $\pm 1,01$  mm/s.

Für verschiedene Volumenströme sind Messungen durchgeführt worden. Die Dauer jeder Messung lag bei 120 Sekunden. Dies ergab etwa 30000 Einzelmessungen für die Granulate SG10 und CC13 und 16000 Einzelmessungen für das Granulat SG05. Die gemessene Oberflächengeschwindigkeit für sämtliche Messungen zeigt Abbildung 6-5.

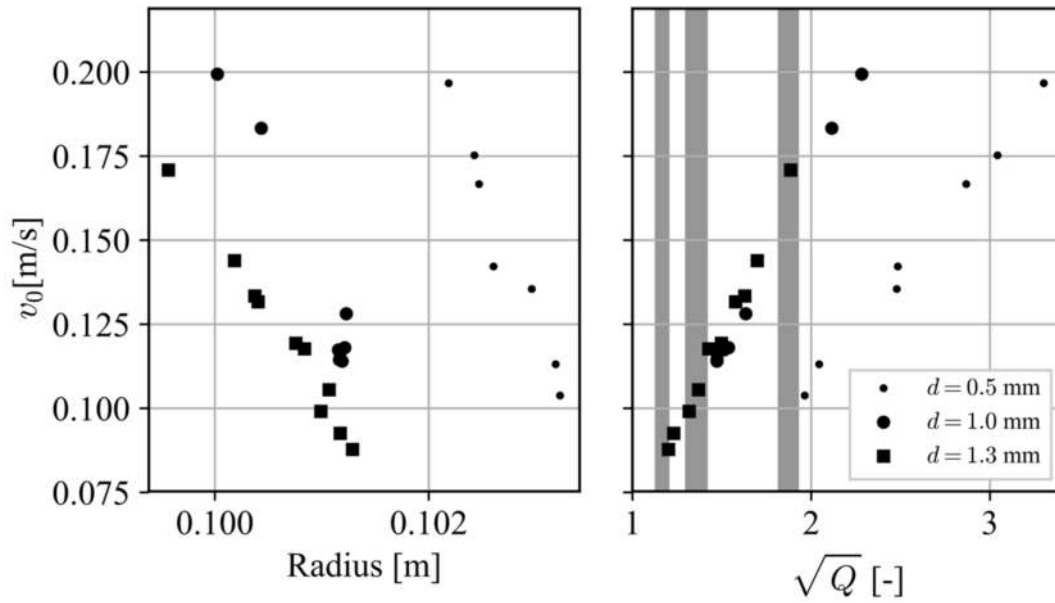
Aufgrund der hohen Anzahl an Einzelmessungen ist der stochastische Fehler für Radius und Geschwindigkeit vernachlässigbar. Der systematische Fehler der Radiusmessung wird nicht angezeigt, da an dieser Stelle lediglich die Änderung des Radius interessiert. Für die Volumenstrommessung ist der Messfehler kleiner als die Symbole.

Im genutzten Modellierungsansatz ist der Volumenstrom nahezu proportional zum Quadrat der Oberflächengeschwindigkeit. Aus diesem Grund ist die Wurzel des Volumenstroms aufgetragen. Die kritischen Volumenströme der einzelnen Materialien sind als graue Bereiche eingezeichnet (vergleiche Abbildung 3-7).

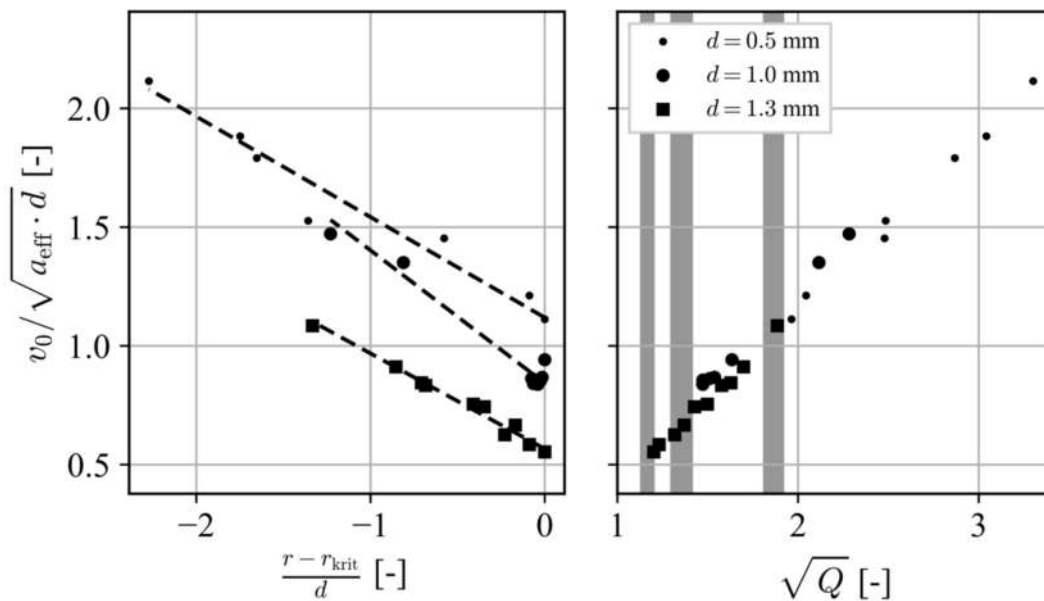
In beiden Diagrammen ist ein linearer Verlauf der Oberflächengeschwindigkeit zu erkennen. Die Zusammenhänge werden bei dimensionslosen Messgrößen deutlicher (siehe Abbildung 6-6). Hierbei wird als Bezugsradius der Radius genutzt, welcher sich bei kritischem Volumenstrom einstellen würde. Fehler in der dimensionslosen Geschwindigkeit liegen bei  $\pm 1$  %. Gestrichelte Linien sind ein linearer Fit über die Messpunkte.

Die dimensionslose Geschwindigkeit skaliert linear über dem normierten Radius. Abgesehen von SG10 scheint der Skalierungsfaktor gleich zu sein. Die schlechte Verteilung der Messungen für SG10 könnte der Grund dafür sein, dass hier ein wesentlich anderer Skalierungsfaktor gemessen wurde. Werden die Messungen über dem Volumenstrom aufgetragen, so fallen diese auf eine Linie (Abbildung 6-6 rechts). Diese ist durch (6-1) beschrieben. Für den Laborreceiver kann die Oberflächengeschwindigkeit demnach unabhängig vom Partikeldurchmesser abgeschätzt werden.

$$\frac{v_0}{\sqrt{a_{\text{eff}} d}} \approx 0,75 \cdot \sqrt{Q} - 0,33 \quad (6-1)$$



6-5 gemessene Oberflächengeschwindigkeit über Radius und Volumenstrom; kritische Volumenströme der Granulate sind grau markiert (v.l.n.r.: CC13, SG10, SG05). Fehlerbänder sind zur Vereinfachung nicht dargestellt.



6-6 dimensionslose Oberflächengeschwindigkeit über Radius und Volumenstrom; kritische Volumenströme der Granulate sind grau markiert (v.l.n.r.: CC13, SG10, SG05). Gleiche Werte wie Abbildung 6-5. Gestrichelte Linien zeigen lineare Regression der Daten an. Die Messwerte der dimensionslosen Geschwindigkeit über dem Volumenstrom fallen auf eine gemeinsame Linie.

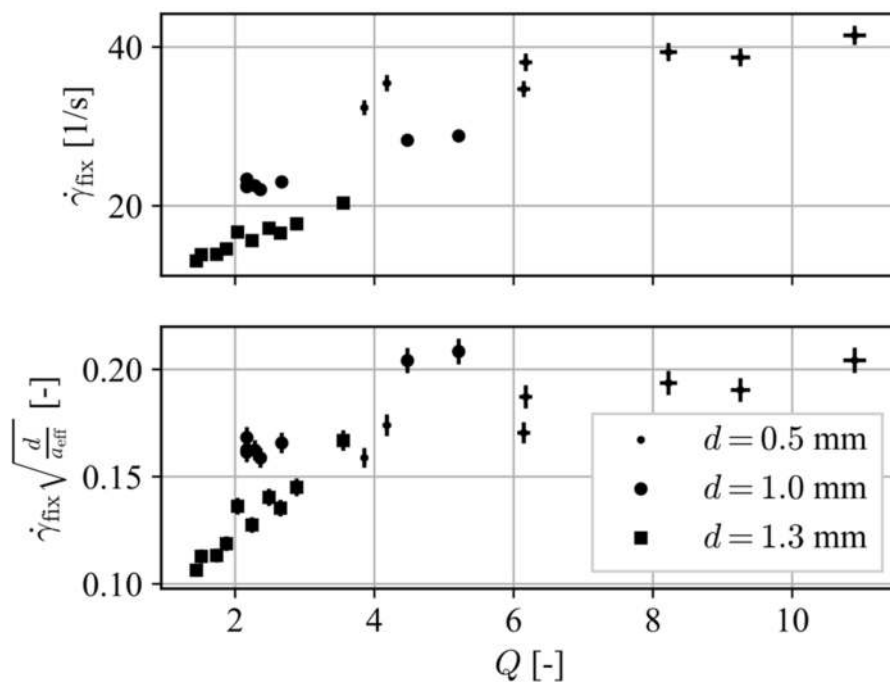


### 6.3 Empirisches Modell

Die Approximation der Schergeschwindigkeit beruht auf Gleichung (4-17). In Abbildung 6-7 wird die errechnete Schergeschwindigkeit über dem charakteristischen Volumenstrom aufgetragen. Die geschätzte Schergeschwindigkeit liegt im Bereich von etwa  $\dot{\gamma}_{\text{fix}} \approx 0,1 \dots 0,2 \sqrt{a_{\text{eff}}/d}$  und liegt damit in der gleichen Größenordnung wie der Literaturwert von  $\dot{\gamma} \approx 0,4 \sqrt{g/d}$  (siehe Kapitel 2.4.2).

Mit steigendem Volumenstrom ist eine steigende Schergeschwindigkeit zu erkennen. Dieser Effekt ist bei großen Partikeln (wie CC13) wesentlich dominanter als bei kleineren Partikeln. Dies widerspricht der ursprünglichen Annahme, dass ein lineares Geschwindigkeitsfeld vorliegt, dessen Schergeschwindigkeit unabhängig vom Betriebspunkt ist. Es bieten sich hierfür zwei Erklärungen an:

Nahe dem kritischen Volumenstrom ist der Film entsprechend dünn, und somit ist der Einfluss der exponentiellen Übergangszone zwischen liquidem und solidem Regime groß. Da diese Übergangszone durch ein lineares Geschwindigkeitsprofil nicht beschreibbar ist, wird die gemessene Scherzahl zu gering abgeschätzt. Zu größeren Volumenströmen hin würde sich der Einfluss der Übergangszone verringern. Somit müsste sich die Schergeschwindigkeit asymptotisch einem Endwert annähern, welcher nahe der tatsächlichen Schergeschwindigkeit liegt. Allerdings ist in keinen Messungen ein asymptotischer Verlauf erkennbar. Dies würde vermutlich erst bei noch höheren Volumenströmen einsetzen.

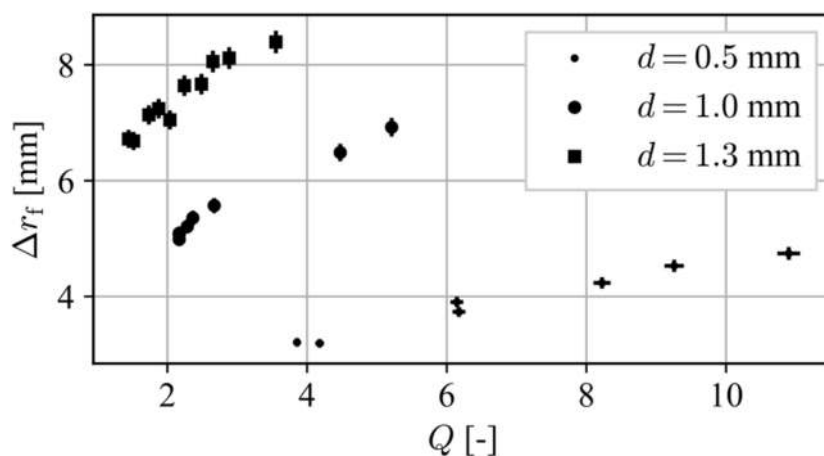


6-7 Schergeschwindigkeit nach (4-17) für Messungen im Laborreceiver; oben: Schergeschwindigkeit; unten: dimensionslose Schergeschwindigkeit. Messfehler ggf. kleiner als Symbole.

Eine weitere Möglichkeit ist, dass aufgrund von Skaleneffekten kein linearer Geschwindigkeitsverlauf vorliegt. Dieser Effekt müsste bei dünnen Filmen wesentlich schwächer sein als bei dicken Filmen. Zur Abschätzung der Filmdicke ist diese in Abbildung 6-8 nach dem empirischen Ansatz dargestellt.

Das SG05 Granulat weist wesentlich dünnere Filme und höhere Schergeschwindigkeiten auf als das CC13 Granulat. Zusätzlich variiert die Schergeschwindigkeit im SG05 Granulat weniger.

Da kein asymptotischer Verlauf zu beobachten ist, und außerdem die Variation der Schergeschwindigkeit bei kleinen Partikeln geringer ausfällt, kann davon ausgegangen werden, dass Skaleneffekte die Messungen verzerren. Somit ist ausgeschlossen, dass im Laborreceiver ein (hauptsächlich) lineares Geschwindigkeitsprofil vorliegt. Da diese Skaleneffekte in größeren Receivern wahrscheinlich schwächer sind, kann in diesen Fällen gegebenenfalls dennoch von einem linearen Geschwindigkeitsprofil ausgegangen werden.



6-8 Filmdicke nach empirischem Modell; da wahrscheinlich ein nicht-lineares Geschwindigkeitsprofil vorliegt, ist die reale Filmdicke größer als hier angegeben. Messfehler sind durch Linien gekennzeichnet und ggf. kleiner als die Symbole.

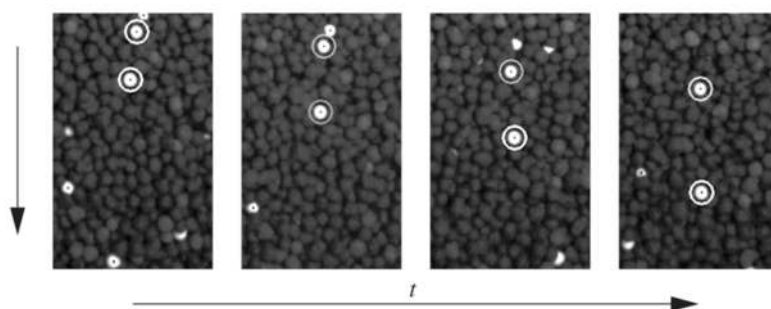
#### 6.4 Scherbewegung an der Oberfläche

Der Film ist, wie bereits in Kapitel 6.1 beschrieben, nicht exakt definiert. Beobachtungen lassen vermuten, dass eine Scherbewegung messbar ist. Ein Beispiel hierfür zeigt Abbildung 6-9. Es werden vier aufeinanderfolgende Frames gezeigt in denen sich zwei Tracer voneinander entfernen. Bei näherer Betrachtung weist der schnellere Tracer einen geringeren Radius auf als der langsamere.

Im Gegensatz zu Kapitel 6.2 wird im Folgenden die Partikelgeschwindigkeit über der Filmtiefe aufgelöst. Abbildung 6-10 zeigt die entsprechenden Ergebnisse. Die Filmtiefe wird in fünf Bereiche unterteilt. Diese sind in den linken Bildern durch grauen Balken markiert. Der Radius ist in den Diagrammen über dem Partikeldurchmesser normiert dargestellt. Im oberen Teil wird die Fließgeschwindigkeit über der Filmtiefe dargestellt. Die Fließgeschwindigkeit ist mittels der mittleren Geschwindigkeit der jeweiligen Messung normiert. Im unteren Teil wird die dimensionslose Schergeschwindigkeit dargestellt.

Die Geschwindigkeit ändert sich je nach Material unterschiedlich stark. Im SG05 Granulat sinkt die gemessene Geschwindigkeit um 20 mm/s innerhalb eines Partikeldurchmessers. Im CC13 Granulat sind es knapp 40 mm/s innerhalb eines Partikeldurchmessers. Im unteren Teil von Abbildung 6-10 ist die entsprechende, dimensionslose Schergeschwindigkeit eingetragen. Die Messungen streuen offensichtlich sehr stark.

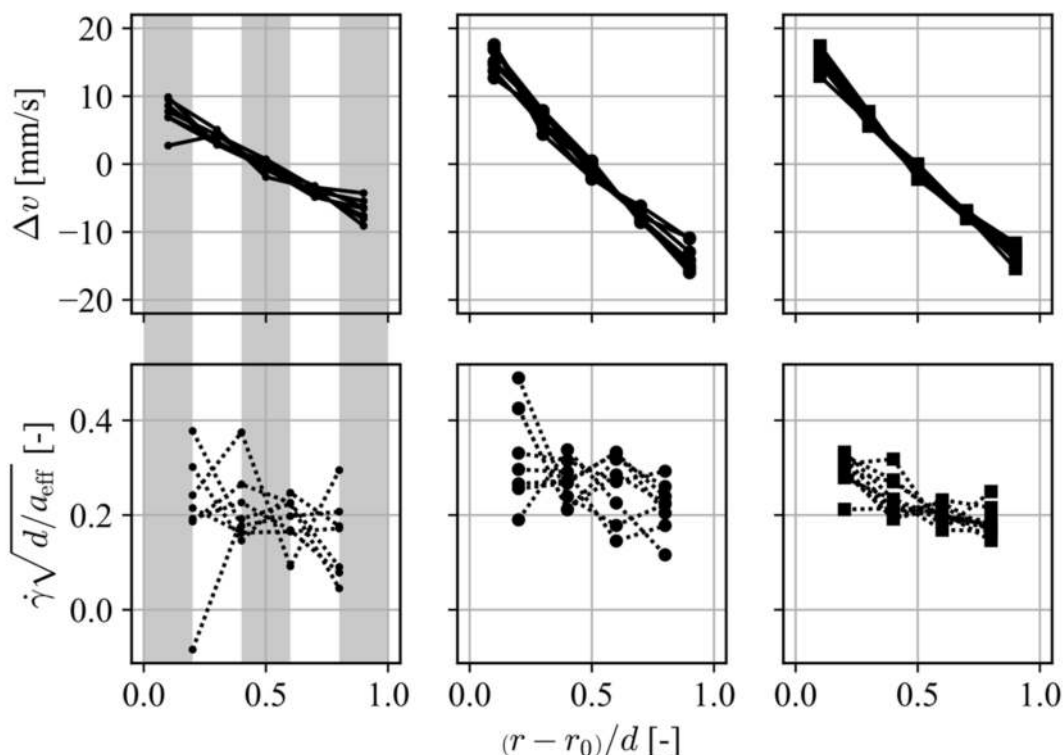
Aufgrund der höheren örtlichen Auflösung werden nur wenige Hundert Einzelmessungen pro Messpunkt vereint. Die Ungenauigkeit in der Geschwindigkeit beträgt somit  $\pm 0,7$  mm/s und in der dimensionslosen Schergeschwindigkeit entsprechend  $\pm 0,05$ . Der Übersicht halber sind die Fehlerbänder nicht dargestellt.



6-9 Scherbewegung auf der Filmoberfläche; vier aufeinanderfolgende Frames (v.l.n.r.); Fließrichtung von oben nach unten. Zwei Partikel zeigen konsistente Geschwindigkeitsunterschiede, obwohl sie im gleichen Filmbereich sind. Lediglich ihre Tiefe im Film ist unterschiedlich.

Die leichte Krümmung der Geschwindigkeitsverläufe mag ein Indiz für eine abnehmende Schergeschwindigkeit sein. Dies würde einer konstanten Schergeschwindigkeit widersprechen, wie in (4-17) postuliert wurde. In Anbetracht der hohen Messgenauigkeit ist dies allerdings fragwürdig.

Trotz der hohen Ungenauigkeit ist dennoch zu erkennen, dass die hier gemessene, dimensionslose Scherzahl bei allen Granulaten etwa  $\dot{\gamma} \approx 0,22 \sqrt{a_{\text{eff}}/d}$  an der Oberfläche beträgt. Es muss beachtet werden, dass dies alle Messungen einschließt, unabhängig des Volumenstroms. Er deckt sich mit Messungen bei kleinen Partikeln und hohen Volumenströmen in Abbildung 6-7. Können Skaleneffekte vernachlässigt werden, so bietet sich dieser Wert für  $\dot{\gamma}_{\text{fix}}$  im empirischen Modell an.



6-10 Messungen der Scherbewegung; v.l.n.r.: SG05, SG10, CC13; oben: relative Geschwindigkeitsänderung über Radius; unten: dimensionslose Schergeschwindigkeit über Radius. Graue Balken deuten an wie der Radius aufgeteilt wird um 5 Messungen über der Filmtiefe zu erhalten. Als Bezugsgeschwindigkeit wird jeweils die mittlere gemessene Geschwindigkeit genutzt.

## 6.5 Modell lokaler Rheologie

Das Modell nach Kapitel 2.4.4 und 4.2 ist durch die Parameter  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  und  $I_0$  beschrieben. Der Betriebspunkt ist durch den Oberflächenradius und die Drehzahl vollständig definiert. Diese werden in der Froude-Zahl  $Fr_0 = r_0\omega^2/g$  zusammengefasst. Werden diese Parameter vorgegeben, so lässt sich die Scherbewegung im Film nach (4-12) errechnen. Oberflächengeschwindigkeit und Volumenstrom ergeben sich direkt aus der Integration der Schergeschwindigkeit (siehe (4-14)).

Um die Modellparameter zu bestimmen liegt es zunächst nahe, der Prozedur in [Jop, Forterre et al. 2005] zu folgen (siehe Kapitel 4.2.1). Die Reibwerte  $\mu_1$  und  $\mu_2$  wurden entsprechend aus Tabelle 4-2 übernommen. Um  $I_0$  nach (2-13) abzuschätzen wurde für den Geschwindigkeitsbeiwert  $\beta = 0,65$  der gemessene Wert aus [Forterre & Pouliquen 2003] für Flusssand genutzt. Der Fließwinkel  $\theta$  wurde durch  $\tan \theta = (\mu_1 + \mu_2) / 2$  abgeschätzt. Somit ergab sich für SG05 beispielsweise  $I_0 = 0,7334$ .

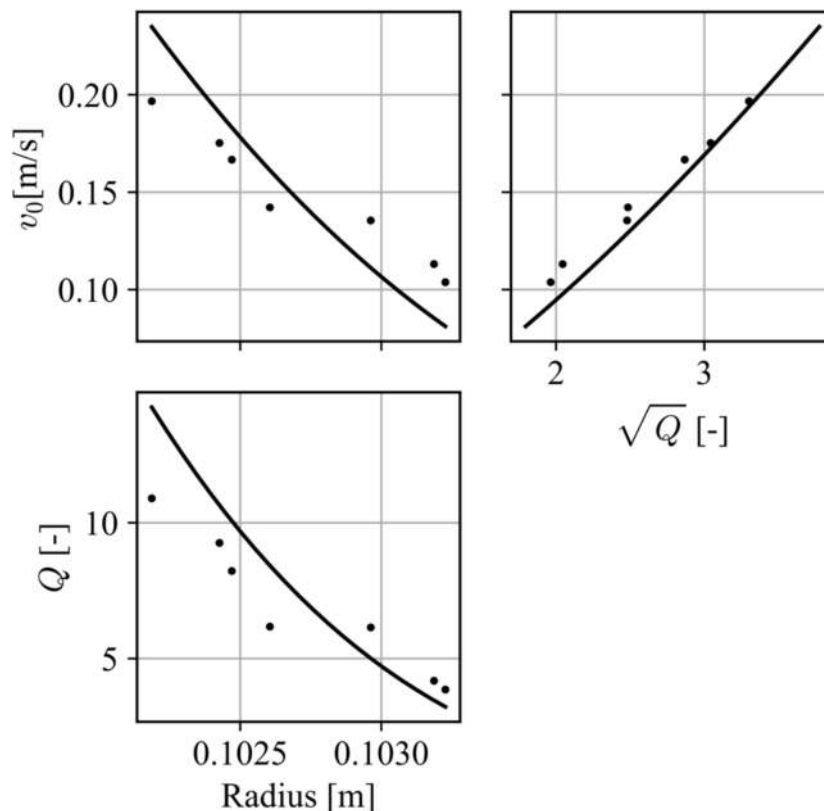
Mit diesen Parametern konnte keine Übereinstimmung zwischen Modell und den Messungen im Laborreceiver erreicht werden. Relative Fehler zwischen Modell und Messdaten lagen in der Größenordnung von 100%. Mit den Messwerten aus Kapitel 4.2.1 konnte das Modell demnach nicht beschrieben werden. Für die hier eingesetzten Granulate ist es nicht möglich, die Modellparameter an einer schiefen Ebene zu bestimmen.

Bereits in Kapitel 2.4.4 wird beschrieben, welchen Beschränkungen das Modell unterliegt. Unter anderem wurde das Modell bisher nur für Glasperlen angewendet. Ein wesentlicher Schritt in der Herleitung beruht darauf, dass die mittlere Geschwindigkeit in fließenden Filmen nach (2-9) mit der Filmdicke korreliert. Für Flusssande wurde allerdings ein Zusammenhang nach (2-14) beobachtet.

Im nächsten Schritt wurden demnach die Modellparameter direkt anhand der Messungen im Laborreceiver gefittet. Es zeigte sich, dass die Modellparameter stark untereinander korrelieren. Insbesondere die Parameter  $I_0$  und  $\mu_2$  wiesen eine hohe Unsicherheit auf. Einzig der Parameter  $\mu_1$  konvergierte mit angemessener Sicherheit gegen den stationären, inneren Reibwert. Für die Messdaten des SG05 Materials ergab sich beispielsweise  $\mu_1 = \tan(30,55^\circ \pm 1,7^\circ)$ . Dieser Wert stimmt mit dem gemessenen inneren Reibwert ( $30,8^\circ \pm 0,4^\circ$ ), beziehungsweise dessen Approximation durch den Schüttwinkel ( $30,0^\circ \pm 0,4^\circ$ ) gut überein (siehe Tabelle 3-1). Diese Beobachtung deckt sich mit den Erkenntnissen aus Kapitel 4.2 beziehungsweise (4-11). Dort wurde festgestellt, dass eine wesentliche Eigenschaft des Films, nämlich die Dicke der fließenden Schicht, lediglich vom Modellparameter  $\mu_1$  beeinflusst wird.

Abbildung 6-11 zeigt den Vergleich zwischen Messdaten und Modell für das SG05 Granulat. Eine Zusammenfassung der gefitteten Parameter ist in Tabelle 6-1 zu finden. Es wurde hierbei ebenfalls das Dichteverhältnis  $\phi$  gefittet. Der Modellparameter  $\mu_2$  wurde fixiert, damit der Fit konvergierte. Der Wert für  $\mu_2$  entspricht den Messungen aus Kapitel 4.2.1. Für CC13 wurde der gleiche Wert wie für SG05 genutzt. Dies erschien möglich, da die Bestimmung dieses Modellparameters ohnehin mit starker Unsicherheit behaftet ist (siehe Tabelle 4-2). Graphische Ergebnisse für alle Granulate sind in Anhang D dargestellt.

Der Zusammenhang zwischen Radius und Geschwindigkeit zeigt eine starke Tendenz: hohe Geschwindigkeiten werden überschätzt, und niedrige werden unterschätzt. Gleiches gilt für den Zusammenhang zwischen Radius und Volumenstrom. Die relative Abweichung liegt in manchen Punkten bei 20 %. Betrachtet man hingegen das Verhältnis zwischen Volumenstrom und Oberflächengeschwindigkeit (oben rechts in Abbildung 6-11), so wird dieses vom Modell gut erfasst.



6-11 Vergleich Messdaten und Modell; oben-links: Oberflächengeschwindigkeit über Radius; oben-rechts: Oberflächengeschwindigkeit über Volumenstrom; unten-links: Volumenstrom über Radius. SG05 Material; Modellparameter  $\mu_2 = \tan 42, 2^\circ$  fixiert; Fitparameter nach Tabelle 6-1; weitere Ergebnisse siehe Anhang D.

Tabelle 6-1: Modellparameter an Messungen gefittet;  $\mu_2$  ist in allen Fällen fixiert und entspricht dem inneren Reibwert

	SG05	SG10	CC13
$I_0$	5,22	5,85	2,96
$\mu_1$	$\tan(30,55^\circ)$	$\tan(30,48^\circ)$	$\tan(29,33^\circ)$
$\mu_2$	$\tan(42,2^\circ)$	$\tan(45,6^\circ)$	$\tan(42,2^\circ)$
$\phi$	0,540	0,543	0,541

## 6.6 Vergleich beider Modelle

Eine Modellierung des Geschwindigkeitsprofils ist auf zwei Arten möglich: (1) Es wird eine konstante Schergeschwindigkeit angenommen oder (2) der Film wird mittel lokaler Rheologie modelliert.

Im ersten Fall sprechen Messungen der Scherbewegung an der Oberfläche dafür, dass sämtliche hier vermessenen Granulate eine (fixierte) Scherzahl von  $\dot{\gamma} \sqrt{d/a_{\text{eff}}} = 0,22 \pm 0,05$  aufweisen (siehe Kapitel 6.4). Demgegenüber stehen die Messungen aus Kapitel 6.3, welche ein nicht-lineares Geschwindigkeitsprofil vermuten lassen. Ob dieses auf Skaleneffekte aufgrund der geringen Größe des Laborreceivers zurückzuführen ist, muss die zukünftige Forschung zeigen. Ein Indiz für Skaleneffekte im Laborreceiver stellt der Vergleich zwischen den Granulaten SG05 und CC13 dar. Im ersten Fall ist der vermeintliche Skaleneffekt geringer als im zweiten. Angenommen man modelliert den Laborreceiver mit einer fixierten Schergeschwindigkeit, so würde man die Oberflächengeschwindigkeit um 12% überschätzen. Für größere Receiver wird dieser Fehler vermutlich geringer ausfallen.

Vorteil dieser Modellierung ist ihre Einfachheit. Allerdings ist es fragwürdig, ob die oben angesprochene fixierte Scherzahl auf andere Granulate und Geometrien übertragbar ist.

Die zweite Möglichkeit beruht auf der hier vorgestellten lokalen Rheologie. Theoretisch ist sie in der Lage, auf Basis der Modellparameter in Tabelle 6-1 sowie dem Betriebsparameter  $Fr_0 = r_0 \omega^2 / g$  den Film komplett zu beschreiben. Die Ergebnisse aus Kapitel 6.5 zeigen jedoch, dass somit gegebenenfalls große Fehler von bis zu 20% in Kauf genommen werden müssen.

Sobald der exakte Radius des Films nicht interessiert, ist es alternativ möglich, den Betriebspunkt durch Volumenstrom und Drehzahl zu definieren. In diesem

Fall ist das Modell in der Lage die Oberflächengeschwindigkeit für den Laborreceiver auf etwa 1% genau zu bestimmen. Außerdem verspricht das Modell näheren Einblick in das Geschwindigkeitsprofil. Die Position der Filmoberfläche weist in diesem Fall eine Unsicherheit von  $\pm 0,7$  mm auf. Im Vergleich zum Radius der Filmoberfläche darf dieser Fehler vernachlässigt werden.

Ein besonderer Nachteil dieses Modells ist es, dass die Modellparameter der genutzten Materialien variieren (siehe Tabelle 6-1). Die Übertragbarkeit auf andere Granulate ist daher ausgeschlossen. Insbesondere  $I_0$  muss mittels Messungen in einem geeigneten Laborreceiver ermittelt werden. Gleiches gilt für  $\mu_2$ . Dagegen ist  $\mu_1$  ausreichend gut durch den Schüttwinkel ermittelbar. Das Dichteverhältnis  $\phi = \rho/\rho_p \approx 0,54$  ist für die hier untersuchten Granulate nahezu eindeutig. Auf andere Granulate ist dies vermutlich nicht übertragbar.

Wie bereits in Kapitel 2.4.4 angesprochen wurde, sind beide Modelle nicht in der Lage die Betriebsgrenze zum instationären Fließen vorherzusagen, d.h.  $Q_{\text{krit}}$ . Dies muss nach Abbildung 3-7 geschehen.

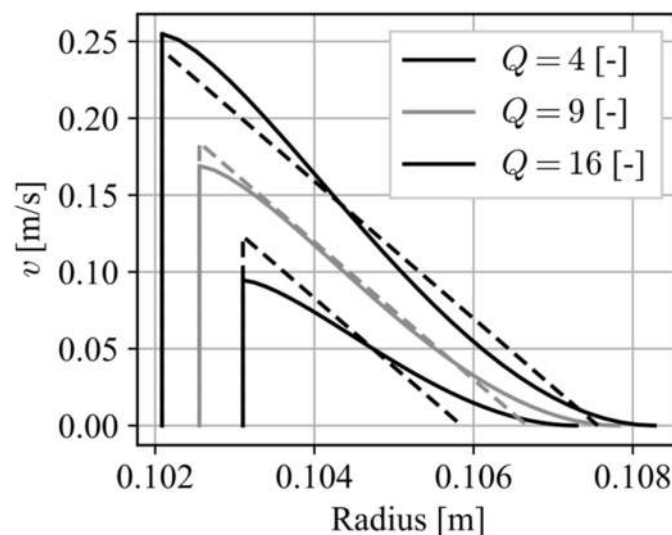


## 6.7 Geschwindigkeitsprofil

Abbildung 6-12 zeigt das Geschwindigkeitsprofil beider Modelle für drei unterschiedliche Volumenströme im direkten Vergleich für den Laborreceiver. Hierin wurde das SG05 Granulat simuliert. Die durchgezogenen Linien geben jeweils das Profil laut dem Modell mit lokaler Rheologie wieder. Die gestrichelten Linien zeigen das empirische Modell. Es liegen Messdaten für  $Q \in [3,8 \dots 10,9]$  vor. Simulationen außerhalb dieser Grenzen müssen mit entsprechender Vorsicht betrachtet werden.

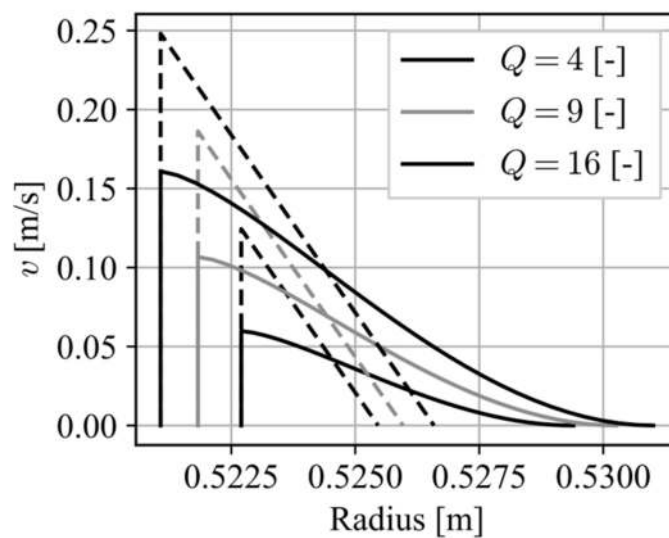
Das rheologische Modell ist offensichtlich in der Lage die Änderung der mittleren Schergeschwindigkeit im Laborreceiver zu modellieren. Für geringe Volumenströme ist eine geringere mittlere Schergeschwindigkeit zu erkennen, als bei höheren Volumenströmen (vergleiche mit Abbildung 6-7 beziehungsweise Abbildung 6-10).

Das Modell wurde zwar nur für die Geometrie des Laborreceivers validiert, allerdings wurden Messungen mit unterschiedlich großen Partikeln durchgeführt. Die entsprechenden Modellparameter der Granulate sind sich recht ähnlich (vergleiche Tabelle 6-1). Unter der Annahme, dass somit das Modell auch für CentRec Receivern mit größerem Blendendurchmesser gilt, zeigt Abbildung 6-13 das Geschwindigkeitsprofil eines Receivers mit 5-fachem Durchmesser.



6-12 Vergleich beider Modelle für den Laborreceiver; lokale Geschwindigkeit über Radius. Simulation des SG05 Granulates; durchgezogene Linien: rheologisches Modell mit Parametern nach Tabelle 6-1; gestrichelte Linien: empirisches Modell mit  $\dot{\gamma}_{\text{fix}} = 0,22\sqrt{a_{\text{eff}}/d}$ . Das rheologische Modell zeigt erst bei hohen Volumenströmen die vermutete fixierte Scherzahl  $\dot{\gamma}_{\text{fix}}$ , ebenso wie die Messungen in Abbildung 6-7.

Das rheologische Modell sagt hierfür eine wesentlich geringere Schergeschwindigkeit als  $0,22\sqrt{a_{\text{eff}}/d}$  voraus. Dies geht automatisch mit einer höheren Filmdicke einher. Zwischen Laborreceiver und einer 5-fach größeren Variante verdoppelt sich die Filmdicke bei sonst gleichem Volumenstrom. Dies steht in direktem Widerspruch zur Vermutung, es stelle sich in unterschiedlich großen Receivern stets ein Geschwindigkeitsprofil mit der gleichen Schergeschwindigkeit ein. Entsprechende Untersuchungen an unterschiedlich großen CentRec Receivern werden weitere Einsichten liefern müssen. Der hier beschrittene Weg, unterschiedlich große Partikel zu nutzen, scheint nicht ausreichend gewesen zu sein.



6-13 Vergleich beider Modelle für große Receiver; gleiche Methodik wie Abbildung 6-12, allerdings mit 5-fachem Oberflächenradius. Während das empirische Modell die gleiche fixierte Scherzahl  $\dot{\gamma}_{\text{fix}}$  erzwingt, zeigt das rheologische Modell eine signifikante Veränderung des Geschwindigkeitsprofils.

## 7 Zusammenfassung

Nachdem [Wu, Trebing et al. 2015] bewiesen, dass CentRec Receiver eine mögliche Weiterentwicklung der direktabsorbierenden Partikelreceiver darstellen, wurde in dieser Arbeit ein näheres Verständnis der Strömungsmechanik erarbeitet. Die notwendigen theoretischen Grundlagen sind recherchiert und angewendet worden. Hierbei wurde ein Modellansatz basierend auf lokaler Rheologie identifiziert und entsprechend angewendet. Ein rein empirischer Ansatz wurde ebenfalls entwickelt. Er beruht darauf, dass ein lineares Geschwindigkeitsprofil vorliegt. Die Schergeschwindigkeit wird hierbei als fixiert angenommen, d.h. unabhängig vom Betriebspunkt.

Beide Modelle wurden an Messungen in einem Laborreceiver mit etwa 100 mm Filmradius überprüft und angepasst. Hierfür wurde eine optische Messung der Filmoberfläche mittel PTV umgesetzt.

Das empirische Modell ist nicht in der Lage die Veränderung der mittleren Schergeschwindigkeit je nach Betriebspunkt zu modellieren. Durch das rheologische Modell ist dies möglich. Der Zusammenhang zwischen Volumenstrom und Oberflächengeschwindigkeit wird hier korrekt modelliert. Der Radius der Filmoberfläche wird durch das rheologische Modell jedoch mit einer Unsicherheit von wenigen Zehntel Millimetern vorausgesagt. Diese erscheint vernachlässigbar im Vergleich zum Radius der Filmoberfläche.

Der Vergleich der vorhergesagten Geschwindigkeitsprofile zeigt, dass das rheologische Modell für größere Receiver eine wesentlich verringerte Schergeschwindigkeit vorhersagt als im Laborreceiver gemessen wurde. Das empirische Modell ist aufgrund der fixierten Schergeschwindigkeit somit in Frage zu stellen.

Es wurden ebenso Betriebsgrenzen für CentRec Receiver erforscht. Hierbei spielt insbesondere der kritische Volumenstrom eine Rolle. Fällt der Betriebspunkt unter diesen, so ist mit instationärem Fließen zu rechnen. Diese Betriebsgrenze ist für kommerzielle Anwendungen relevant und muss in Zukunft näher betrachtet werden.



## 8 Ausblick

Die Anwendung des CentRec Receivers ist nicht nur auf senkrechte Drehachsen beschränkt. Somit muss in Zukunft auch das Fließverhalten von geneigten Receivern näher untersucht werden. Wie in Kapitel 3.3 beschrieben, weisen diese allerdings einen recht komplexen Beschleunigungszustand auf. Vermutlich ist es zielführend das Fließverhalten in geneigten Receivern für einzelne Winkelpositionen separat zu betrachten und gemittelte Aussagen zu treffen.

Die hier beobachteten Skaleneffekte müssen ebenfalls näher betrachtet werden (siehe insbesondere Kapitel 6.7). Dabei muss offen bleiben, ob CentRec Receiver mit einem einphasigen Film betrieben werden, wie in [Wu, Trebing et al. 2015; Ebert, Amsbeck et al. 2016], oder ob ein zweiphasiger Film wie in dieser Arbeit eingesetzt wird. Dies ist insbesondere dadurch notwendig, da zweiphasige Filme in CentRec Receivern einen kritischen Volumenstrom aufweisen, welcher im relevanten Betriebsbereich liegt.

Gegebenenfalls ist durch eine nicht-lokale Rheologie ein noch besseres Verständnis und Modellieren des Fließverhaltens möglich. Beispiele hierfür finden sich in [Cortet, Bonamy et al. 2009; Kamrin & Koval 2012; Bouzid, Izzet et al. 2015; Kamrin & Henann 2015; Zhang & Kamrin 2017]. Diese Ansätze verfolgen zum Teil die Modellierung des Übergangs zum instationären Fließen. Gegebenenfalls ist somit der kritische Volumenstrom vorhersagbar.

### Geneigte Receiver

Am Ende von Kapitel 3.7 wurde die Hypothese aufgestellt, dass in Receivern mit geneigter Rotationsachse selbst dann quasi-stationäres<sup>18</sup> Fließverhalten auftritt, wenn ein äquivalenter, senkrechter Receiver<sup>19</sup> ausschließlich unterkritisches Fließverhalten zeigen würde. Der Kern dieser Hypothese findet sich in der Definition des charakteristischen Volumenstroms (Vergleiche (8-1), Kapitel 2.4 und Kapitel 3.6).

---

<sup>18</sup> Es bildet sich eine Zone aus in der das Granulat fließt, und eine Zone, in welcher das Granulat abgebremst wird oder gänzlich einfriert.

<sup>19</sup> Sowohl Geometrie als auch Gesamtmassenstrom und Drehzahl sind identisch, lediglich die Rotationsachse ist senkrecht.

$$Q \propto \frac{1}{\sqrt{a_{\text{eff}}}} \quad (8-1)$$

Da sich der Betrag der effektiven Beschleunigung periodisch ändert, und insbesondere im oberen Bereich des CentRec Receivers sinkt, wird in diesen Zonen der charakteristische Volumenstrom höher sein als im übrigen Receiver. Eine Abschätzung der Beschleunigung im oberen Viertel eines um  $45^\circ$  geneigten Receivers ergibt, dass dort die Beschleunigung im Mittel dem 0,65-fachen der Beschleunigung eines äquivalenten, senkrechten Receivers entspricht. Dies bedeutet, dass in diesem Bereich der charakteristische Volumenstrom im Mittel dem 1,22-fachen des charakteristischen Volumenstroms eines senkrechten Receivers entspricht.

Dies wird dazu führen, dass sich der Massenstrom in geneigten Receivern auf den oberen Sektor konzentriert. Im unteren Teil wird der Film abgebremst oder gegebenenfalls einfrieren. Dadurch wird der charakteristische Volumenstrom nochmals steigen, da nun die „Kanalbreite“ nicht mehr dem gesamten Receiverumfang entspricht. Insofern ist eine Verbesserung des Fließverhaltens in Receivern mit geneigter Rotationsachse wahrscheinlich. Allerdings müssen hierfür noch weitere Untersuchungen stattfinden.

### **Thermodynamik**

Schlussendlich interessiert die Thermodynamik in CentRec Receivern. Neben dem Geschwindigkeitsfeld interessieren hier insbesondere die stochastische Bewegung der Partikel und die Interaktion mit der Luft. Die aktuelle Forschung hat dieses Thema für Rohrbündelwärmeübertrager bereits untersucht [Baumann 2015]. Ähnliche Forschungsarbeiten werden aktuell am DLR durch Johannes Grobbel sowie Philip Bartsch durchgeführt. Aus ihren Ergebnissen sind gegebenenfalls Aussagen für CentRec Receiver ableitbar.

## Literaturverzeichnis

- Amsbeck, L., Behrendt, B., et al. (2014). *Particle tower system with direct absorption centrifugal receiver for high temperature process heat*. Solarpaces 2014. Beijing, China.
- Andreotti, B., Forterre, Y., et al. (2012). *Granular Media: Between Fluid and Solid*, Cambridge University Press, ISBN: 9781139541008.
- Antony, S. J., Hoyle, W., et al. (2004). *Granular Materials*, The Royal Society of Chemistry.
- Aranson, I. S. und Tsimring, L. S. (2006). *Patterns and collective behavior in granular media: Theoretical concepts*, Reviews of Modern Physics **78**(2): 641-692, DOI: 10.1103/RevModPhys.78.641.
- Atwood-Stone, C. und McEwen, A. S. (2013). *Avalanche slope angles in low-gravity environments from active Martian sand dunes*, Geophysical Research Letters **40**(12): 2929-2934, DOI: 10.1002/grl.50586.
- Bartsch, P. (2016). *interne Absprache*.
- Baumann, T. (2015). *Wärmeauskopplung aus heißen Partikelschüttungen zur Dampferzeugung*, Dissertation, Universität Stuttgart.
- Baumann, T. und Zunft, S. (2015). *Properties of granular materials as heat transfer and storage medium in CSP application*, Solar Energy Materials and Solar Cells **143**: 38-47, DOI: 10.1016/j.solmat.2015.06.037.
- Boggs, P. T., Byrd, R. H., et al. (1992). *User's Reference Guide for ODRPACK Version 2.01 Software for Weighted Orthogonal Distance Regression*, Center for Computing and Applied Mathematics, US Department of Commerce, Gaithersburg, MD.
- Bouزيد, M., Izzet, A., et al. (2015). *Non-local rheology in dense granular flows: Revisiting the concept of fluidity*, Eur Phys J E Soft Matter **38**(11): 125, DOI: 10.1140/epje/i2015-15125-1.
- Brown, R. L. und Richards, J. C. (1970). *Principles of Powder Mechanics*, Pergamon Press.
- Brucks, A., Arndt, T., et al. (2007). *Behavior of flowing granular materials under variable g*, Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys **75**(3 Pt 1): 032301, DOI: 10.1103/PhysRevE.75.032301.
- Carbo Ceramics (2010). *CARBOHSP technical data sheet*, <http://www.carboceramics.com/>.
- Continuum Analytics (2016). *Anaconda Software Distribution Version 4.2.0*, Retrieved 2016-11, from <https://continuum.io>.
- Cortet, P. P., Bonamy, D., et al. (2009). *Relevance of visco-plastic theory in a multi-directional inhomogeneous granular flow*, Epl **88**(1): 14001, DOI: 10.1209/0295-5075/88/14001.
- da Cruz, F., Emam, S., et al. (2005). *Rheophysics of dense granular materials: discrete simulation of plane shear flows*, Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys **72**(2 Pt 1): 021309, DOI: 10.1103/PhysRevE.72.021309.
- Ebert, M., Amsbeck, L., et al. (2016). *Upscaling, Manufacturing and Test of a Centrifugal Particle Receiver*, Proceedings of the Asme 10th International Conference on Energy Sustainability, 2016, Vol 1(50220), DOI: 10.1115/es2016-59252.
- Falcone, P. K. (1986). *A handbook for solar central receiver design*, Sandia National Labs., Livermore, CA (USA).

- Falcone, P. K., Noring, J. E., et al. (1982). *Evaluation and application of solid thermal energy carriers in a high temperature solar central receiver system*, Proceedings of the 17th IECEC, Los Angeles, CA.
- Falcone, P. K., Noring, J. E., et al. (1985). *Assessment of a solid particle receiver for a high temperature solar central receiver system*. Livermore, CA, Sandia National Labs.
- Forterre, Y. und Pouliquen, O. (2003). *Long-surface-wave instability in dense granular flows*, Journal of Fluid Mechanics **486**: 21-50, DOI: Doi 10.1017/S0022112003004555.
- Fritsch, A. (2018). *Potenzialanalyse von Solarturmkraftwerken mit Flüssigmetallen als Wärmeträgermedium*, Dissertation, RWTH Aachen.
- G. D. R. MiDi (2004). *On dense granular flows*, Eur Phys J E Soft Matter **14**(4): 341-365, DOI: 10.1140/epje/i2003-10153-0.
- Gobereit, B. (2015). *Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Weiterentwicklung von solaren Partikelrezeivern*, Dissertation, Universität Stuttgart.
- Griffin, J. W., Stahl, K. A., et al. (1986). *Optical properties of solid particle receiver materials*, Solar Energy Materials **14**(3-5): 395-416, DOI: 10.1016/0165-1633(86)90062-6.
- Hartley, R. I. und Zisserman, A. (2004). *Multiple View Geometry in Computer Vision*, Cambridge University Press, ISBN: 0521540518.
- Heikkila, J. und Silven, O. (1997). *A four-step camera calibration procedure with implicit image correction*, 1997 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Proceedings: 1106-1112, DOI: Doi 10.1109/Cvpr.1997.609468.
- Ho, C. K., Khalsa, S. S., et al. (2009). *Modeling On-Sun Tests of a Prototype Solid Particle Receiver for Concentrating Solar Power Processes and Storage*. ASME 2009 3rd International Conference on Energy Sustainability. San Francisco, CA. **2**: 543-550.
- Hunter, J. D. (2007). *Matplotlib: A 2D graphics environment*, Computing in Science & Engineering **9**(3): 90-95, DOI: Doi 10.1109/Mcse.2007.55.
- Itseez (2015). *OpenCV library Version 3.1*.
- JCGM und GUM (2008). *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, International Organisation for Standardisation.
- Jop, P., Forterre, Y., et al. (2005). *Crucial role of sidewalls in granular surface flows: consequences for the rheology*, Journal of Fluid Mechanics **541**: 167-192, DOI: Doi 10.1017/S0022112005005987.
- Jop, P., Forterre, Y., et al. (2006). *A constitutive law for dense granular flows*, Nature **441**(7094): 727-730, DOI: 10.1038/nature04801.
- Kamrin, K. und Henann, D. L. (2015). *Nonlocal modeling of granular flows down inclines*, Soft Matter **11**(1): 179-185, DOI: 10.1039/c4sm01838a.
- Kamrin, K. und Koval, G. (2012). *Nonlocal constitutive relation for steady granular flow*, Phys Rev Lett **108**(17): 178301, DOI: 10.1103/PhysRevLett.108.178301.
- Kim, K., Siegel, N., et al. (2009). *A study of solid particle flow characterization in solar particle receiver*, Solar Energy **83**(10): 1784-1793, DOI: DOI 10.1016/j.solener.2009.06.011.
- Kleinhans, M. G., Markies, H., et al. (2011). *Static and dynamic angles of repose in loose granular materials under reduced gravity*, Journal of Geophysical Research-Planets **116**(E11), DOI: 10.1029/2011je003865.
- Komatsu, T. S., Inagaki, S., et al. (2001). *Creep motion in a granular pile exhibiting steady surface flow*, Phys Rev Lett **86**(9): 1757-1760, DOI: 10.1103/PhysRevLett.86.1757.



- Lacaze, L. und Kerswell, R. R. (2009). *Axisymmetric granular collapse: a transient 3D flow test of viscoplasticity*, Phys Rev Lett **102**(10): 108305, DOI: 10.1103/PhysRevLett.102.108305.
- Lemieux, P. und Durian, D. J. (2000). *From avalanches to fluid flow: A continuous picture of grain dynamics down a heap*, Phys Rev Lett **85**(20): 4273-4276, DOI: 10.1103/PhysRevLett.85.4273.
- Lowe, D. G. (1999). *Object recognition from local scale-invariant features*. Proceedings of the International Conference on Computer Vision-Volume 2 - Volume 2, IEEE Computer Society 1150.
- Luhmann, T. (2010). *Nahbereichsphotogrammetrie: Grundlagen, Methoden und Anwendungen*, Berlin, Wichmann, ISBN: 978-3-87907-479-2.
- Maas, H. G., Gruen, A., et al. (1993). *Particle tracking velocimetry in three-dimensional flows part I*, Experiments in Fluids **15**: 133-146, DOI: 10.1007/bf00190953.
- Malik, N. A., Dracos, T., et al. (1993). *Particle tracking velocimetry in three-dimensional flows part II*, Experiments in Fluids **15**: 279-294, DOI: 10.1007/bf00223406.
- Mann, J., Ott, S., et al. (1999). *Experimental study of relative, turbulent diffusion*, Forskningscenter Risoe.
- Meurer, A., Smith, C. P., et al. (2017). *SymPy: symbolic computing in Python*, PeerJ Computer Science **3**: e103, DOI: 10.7717/peerj-cs.103.
- Millman, K. J. und Aivazis, M. (2011). *Python for Scientists and Engineers*, Computing in Science & Engineering **13**(2): 9-12, DOI: Doi 10.1109/Mcse.2011.36.
- NREL (2017). *Concentrating Solar Power Projects*, Retrieved 13.03.2017, from <https://www.nrel.gov/csp/solarpaces/index.cfm>.
- OECD/IEA (2016). *Key World Energy Trends*, IEA Publishing, Licence: [www.iea.org/t&c](http://www.iea.org/t&c).
- Oliphant, T. E. (2007). *Python for scientific computing*, Computing in Science & Engineering **9**(3): 10-20, DOI: Doi 10.1109/Mcse.2007.58.
- Ouellette, N. T., Xu, H., et al. (2005). *A quantitative study of three-dimensional Lagrangian particle tracking algorithms*, Experiments in Fluids **40**(2): 301-313, DOI: 10.1007/s00348-005-0068-7.
- Pouliquen, O. (1999). *Scaling laws in granular flows down rough inclined planes*, Physics of Fluids **11**(3): 542-548, DOI: Doi 10.1063/1.869928.
- Pouliquen, O., Cassar, C., et al. (2006). *Flow of dense granular material: towards simple constitutive laws*, Journal of Statistical Mechanics-Theory and Experiment **2006**(07): P07020-P07020, DOI: Doi 10.1088/1742-5468/2006/07/P07020.
- Pouliquen, O. und Forterre, Y. (2002). *Friction law for dense granular flows: application to the motion of a mass down a rough inclined plane*, Journal of Fluid Mechanics **453**: 133-151, DOI: Doi 10.1017/S0022112001006796.
- Python Software Foundation (2016). *Python Language Version 2.7.12*, from <http://www.python.org>.
- Rajchenbach, J. (2000). *Granular Flows*, Advances in Physics **49**(2): 229-256, DOI: 10.1080/000187300243372.
- Rao, K. K. und Nott, P. R. (2008). *An Introduction to Granular Flow*, Cambridge University Press, ISBN: 9780521571661.
- Röger, M., Amsbeck, L., et al. (2011). *Face-Down Solid Particle Receiver Using Recirculation*, Journal of Solar Energy Engineering **133**(3): 031009, DOI: 10.1115/1.4004269.

- Saint-Gobain (2004). *Sintered Bauxite technical data sheet*, [www.proppants.saint-gobain.com](http://www.proppants.saint-gobain.com).
- Savage, S. B. (1998). *Analyses of slow high-concentration flows of granular materials*, *Journal of Fluid Mechanics* **377**: 1-26, DOI: Doi 10.1017/S0022112098002936.
- Schlünder, E.-U. und Tsotsas, E. (1988). *Wärmeübertragung in Festbetten, durchmischten Schüttgütern und Wirbelschichten*, Thieme, ISBN: 9783137130017.
- Schneider, C. A., Rasband, W. S., et al. (2012). *NIH Image to ImageJ: 25 years of image analysis*, *Nat Methods* **9**(7): 671-675.
- Schulze, D. (2014). *Pulver und Schüttgüter*, Springer Berlin Heidelberg, ISBN: 978-3-642-53884-1.
- Siegel, N. P., Ho, C. K., et al. (2010). *Development and Evaluation of a Prototype Solid Particle Receiver: On-Sun Testing and Model Validation*, *Journal of Solar Energy Engineering-Transactions of the Asme* **132**(2): 021008, DOI: Doi 10.1115/1.4001146.
- Singer, C. (2013). *Solarturmreceiver für überkritische Dampfprozesse und ihre technische und ökonomische Bewertung*, Universität Stuttgart, Springer Fachmedien, ISBN: 978-3-658-02210-5.
- Sizmann, R. (1989). *Solarchemisches Potential der Sonnenstrahlung*, *Solarchemische Technik* **1**.
- SolarReserve LLC (2012). *Crescent dunes*.
- Stieß, M. (2009). *Mechanische Verfahrenstechnik - Partikeltechnologie 1*, ISBN: 978-3-540-32551-2.
- Strauß, K. (2009). *Kraftwerkstechnik zur Nutzung fossiler, nuklearer und regenerativer Energiequellen*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, ISBN: .
- Takehara, K. und Etoh, T. (1999). *A study on particle identification in PTV particle mask correlation method*, *Journal of Visualization* **1**(3): 313-323, DOI: 10.1007/bf03181412.
- Thielicke, W. und Stamhuis, E. J. (2014). *PIVlab - Time-Resolved Digital Particle Image Velocimetry Tool for MATLAB*, DOI: 10.6084/m9.figshare.1092508.
- Vant-Hull, L. L. (2002). *The role of "Allowable flux density" in the design and operation of molten-salt solar central receivers*, *Journal of Solar Energy Engineering-Transactions of the Asme* **124**(2): 165-169, DOI: 10.1115/1.1464124.
- Wolfram Alpha LLC (2016). *Wolfram|Alpha*, Februar 2016, from [https://www.wolframalpha.com/input/?i=f%27+%3D+%281+-+a\\*b\\*f%29+%2F+%28a+b\\*f%29](https://www.wolframalpha.com/input/?i=f%27+%3D+%281+-+a*b*f%29+%2F+%28a+b*f%29).
- Wu, W. (2014). *A Centrifugal Particle Receiver for High-Temperature Solar Applications*, RWTH Aachen.
- Wu, W., Amsbeck, L., et al. (2014). *Proof of concept test of a centrifugal particle receiver*, *Proceedings of the Solarpaces 2013 International Conference* **49**: 560-568, DOI: DOI 10.1016/j.egypro.2014.03.060.
- Wu, W., Gobereit, B., et al. (2011). *Direct absorption receivers for high temperatures*. *SolarPaces 2011*. Granada, Spanien.
- Wu, W., Trebing, D., et al. (2015). *Prototype Testing of a Centrifugal Particle Receiver for High-Temperature Concentrating Solar Applications*, *Journal of Solar Energy Engineering-Transactions of the Asme* **137**(4): 041011, DOI: 10.1115/1.4030657.
- Zhang, Q. und Kamrin, K. (2017). *Microscopic Description of the Granular Fluidity Field in Nonlocal Flow Modeling*, *Phys Rev Lett* **118**(5): 058001, DOI: 10.1103/PhysRevLett.118.058001.

Zhengyou, Z. (1999). *Flexible camera calibration by viewing a plane from unknown orientations*, Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision: 666-673 vol.661, DOI: 10.1109/iccv.1999.791289.



## Anhang A – Herleitung zu Kapitel 3.7

Ausgangspunkt ist die Definition des charakteristischen Volumenstroms (2-4), welche hier wiederholt wird:

$$Q = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot W \cdot d \sqrt{a_{\text{eff}} d}} \quad (\text{A-1})$$

Hierbei ist allerdings bereits die effektive Beschleunigung anstatt der Gravitationsbeschleunigung  $g$  eingetragen. Außerdem wurde hier die mittlere Schüttdichte  $\rho$  eingetragen anstatt dem Produkt aus Reindichte  $\rho_p$  und Volumenanteil  $\phi$ .

Der Massenstrom  $\dot{m}$  steht in direkter Abhängigkeit zur tatsächlichen, thermischen Leistung  $P_{\text{th}}(\xi)$ .

$$\dot{m} = \frac{P_{\text{th}}(\xi)}{\int c_p d\vartheta} \quad (\text{A-2})$$

Der Receiverumfang  $W$  steht in direkter Abhängigkeit zur Aperturfläche  $A_{\text{ap}}$ .

$$W = 2 \frac{r_0}{r_{\text{ap}}} \sqrt{\pi \cdot A_{\text{ap}}} \quad (\text{A-3})$$

Hierin ist  $r_0/r_{\text{ap}}$  das Verhältnis zwischen dem Radius der Filmoberfläche und der Apertur. Diese ist ebenfalls abhängig von der thermischen Leistung im Designfall, d.h.  $\xi = 1$ .

$$A_{\text{ap}} = \frac{P_{\text{th}}(\xi = 1)}{\eta(1) \cdot \dot{q}_{\text{ap}}''(\xi = 1)} \quad (\text{A-4})$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (A-2) bis (A-4) in (A-1) erhält man:

$$Q \approx \frac{P_{\text{th}}(\xi)}{2\rho d \frac{r_0}{r_{\text{ap}}} \cdot \int c_p d\vartheta \cdot \sqrt{\frac{P_{\text{th}}(\xi = 1)}{\eta(1) \cdot \dot{q}_{\text{ap}}''(\xi = 1)} \sqrt{a_{\text{eff}} d \cdot \pi}}} \quad (\text{A-5})$$

Werden hierin sämtliche Konstanten ignoriert und außerdem Schüttdichte, effektive Beschleunigung und das Verhältnis  $r_0/r_{\text{ap}}$  als nicht beeinflussbar ebenfalls

vernachlässigt, so ergibt sich die Proportionalität (3-9). Der Leistungsfaktor  $\xi$  wurde in (3-9) zwecks einfacher Lesbarkeit zu Eins gesetzt.

Um das Verhalten in Teillast zu beschreiben wird die tatsächliche, thermische Leistung zum Designfall in Beziehung gesetzt

$$\begin{aligned} P_{th}(\xi) &= \eta(\xi) \cdot A_{ap} \cdot \dot{q}_{ap}''(\xi = 1) \cdot \xi \\ P_{th}(\xi = 1) &= \eta(1) \cdot A_{ap} \cdot \dot{q}_{ap}''(\xi = 1) \cdot 1 \end{aligned} \quad (\text{A-6})$$

$$P_{th}(\xi) = \frac{\eta(\xi)}{\eta(1)} \cdot \xi \cdot P_{th}(\xi = 1) \quad (\text{A-7})$$

Wird dies in (A-5) eingesetzt, ergibt sich

$$Q \approx \frac{\eta(\xi) \cdot \xi \cdot P_{th}(\xi = 1) \cdot \sqrt{\eta(1) \cdot \dot{q}_{ap}''(\xi = 1)}}{2\rho d \frac{r_0}{r_{ap}} \cdot \int c_p d\vartheta \cdot \eta(1) \sqrt{P_{th}(\xi = 1)} \sqrt{a_{eff} d \cdot \pi}} \quad (\text{A-8})$$

$$Q \approx \frac{\eta(\xi) \cdot \xi \cdot \sqrt{P_{th}(\xi = 1)} \cdot \sqrt{\dot{q}_{ap}''(\xi = 1)}}{2\rho d \frac{r_0}{r_{ap}} \cdot \int c_p d\vartheta \cdot \sqrt{\eta(1)} \sqrt{a_{eff} d \cdot \pi}} \quad (\text{A-9})$$

In (3-10) wird zur einfachen Lesbarkeit die Beschränkung  $\xi = 1$  weg gelassen.

## Anhang B – Herleitung zu Kapitel 4.1

Ausgangspunkt ist die Differenzialgleichung (4-1), welche hier wiederholt wird:

$$\frac{\partial r}{\partial h} - \cot(\Theta + \theta) = 0 \quad (\text{B-1})$$

Hier wurde  $\Theta = \text{atan} \frac{r\omega^2}{g}$  eingesetzt, um die Lesbarkeit zu verbessern. Der Parameter  $\theta$  beschreibt den Fließwinkel des Granulates. Zur Lösung wird zunächst der Kotangens erweitert und die Additionstheoreme für Sinus und Kosinus angewendet:

$$\frac{\partial r}{\partial h} - \frac{\cos(\theta) \cos(\Theta) - \sin(\theta) \sin(\Theta)}{\sin(\theta) \cos(\Theta) + \cos(\theta) \sin(\Theta)} = 0 \quad (\text{B-2})$$

Folgende Substitutionen werden nun eingesetzt:

$$\sin(\text{atan}(x)) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \quad (\text{B-3})$$

$$\cos(\text{atan}(x)) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \quad (\text{B-4})$$

$$\Theta = \text{atan} \frac{r\omega^2}{g} \quad (\text{B-5})$$

$$\theta = \text{atan} \mu_s \quad (\text{B-6})$$

Wodurch sich die Differenzialgleichung vereinfacht zu:

$$\frac{dr}{dh} - \frac{1 - \mu_s \frac{\omega^2}{g} \cdot r}{\mu_s + \frac{\omega^2}{g} \cdot r} = 0 \quad (\text{B-7})$$

Die Allgemeine Lösung (4-2), (4-3) und (4-4) lässt sich computergestützt errechnen. Es seien hierbei beispielhaft *WolframAlpha* [Wolfram Alpha LLC 2016] sowie *Sympy* [Meurer, Smith et al. 2017] genannt. Um die spezielle Lösung für die Randbedingung  $r(h = 0) = r_0$  zu erhalten wird zunächst (4-2) umgestellt nach

$$\frac{\frac{r_0}{r_\infty} - 1}{\mu_s^2 + 1} = W(\eta_0) \quad (\text{B-8})$$

Der Funktionsparameter  $\eta_0$  ergibt sich nach (4-4) zu

$$\eta_0 = C_1 \cdot \frac{-1}{\mu_s^2 + 1} \exp\left(\frac{-1}{\mu_s^2 + 1}\right) \quad (\text{B-9})$$

Damit (B-9) die Bedingung in (B-8) erfüllt, muss gelten

$$\eta_0 = \frac{\frac{r_0}{r_\infty} - 1}{\mu_s^2 + 1} \exp\left(\frac{\frac{r_0}{r_\infty} - 1}{\mu_s^2 + 1}\right) \quad (\text{B-10})$$

Wir definieren demnach  $C_1 = A \cdot \exp(B)$  und setzen dies in (B-9) ein

$$\eta_0 = \frac{-A}{\mu_s^2 + 1} \exp\left(\frac{-1}{\mu_s^2 + 1} + B\right) \quad (\text{B-11})$$

Aus dem Vergleich zwischen (B-10) und (B-11) kann abgelesen werden, dass

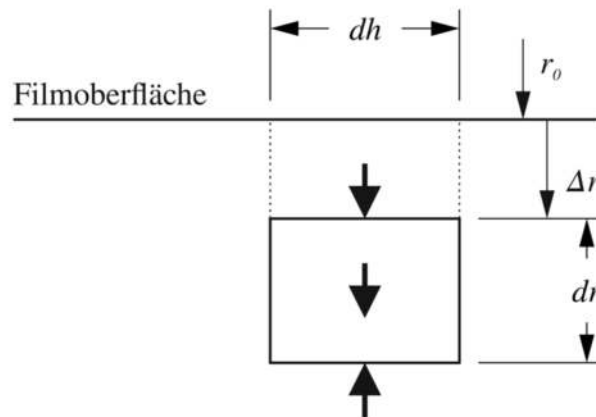
$$\begin{aligned} A &= 1 - \frac{r_0}{r_\infty} \\ B &= \frac{\frac{r_0}{r_\infty}}{\mu_s^2 + 1} \end{aligned} \quad (\text{B-12})$$

Wodurch sich  $C_1$  wie in (4-5) ergibt.



## Anhang C – Herleitung zu Kapitel 4.2

Der Druckverlauf entlang der Filmtiefe wird nach Abbildung C-1 hergeleitet.



### C-1 radiales Kräftegleichgewicht an einem infinitesimalen Ringsegment

Das radiale Kräftegleichgewicht zeigt (C-1), worüber sich das Differenzialgleichungssystem (C-3) ergibt. Die spezielle Lösung (4-10) ist durch (C-3) und die Randbedingung  $P(\Delta r = 0) = 0$  gegeben.

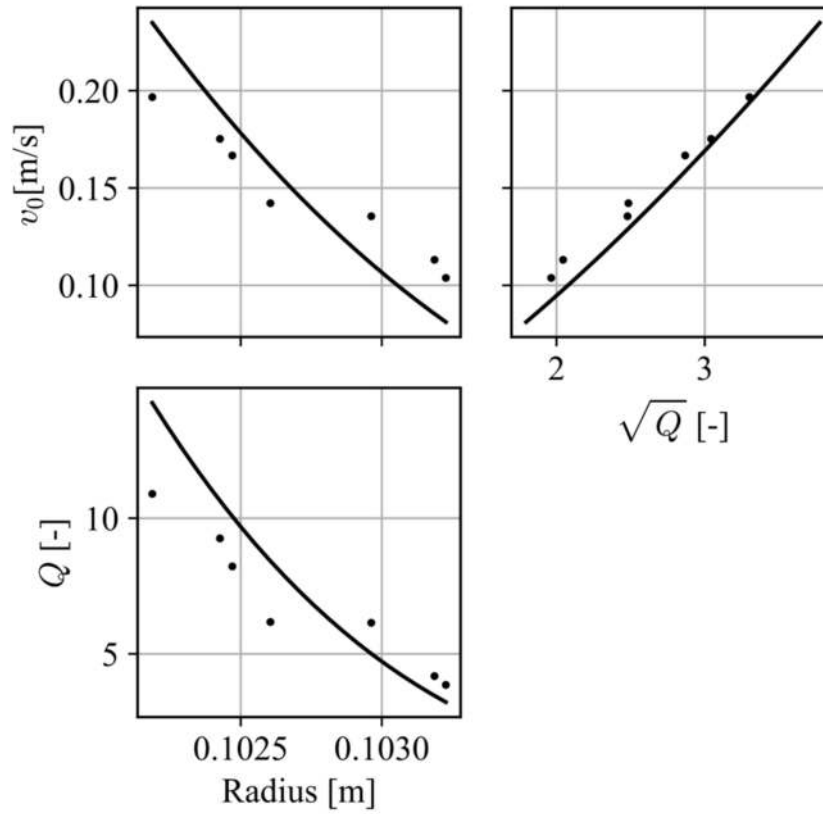
$$\begin{aligned} & (P(\Delta r + dr) \cdot (r_0 + \Delta r + dr) - P(\Delta r) \cdot (r_0 + \Delta r)) \cdot d\varphi \, dh \\ &= \rho \left( r_0 + \Delta r + \frac{dr}{2} \right) \omega^2 \cdot ((r_0 + \Delta r + dr)^2 - (r_0 + \Delta r)^2) \cdot \frac{d\varphi}{2} \, dh \end{aligned} \quad (\text{C-1})$$

$$P(\Delta r) + (r_0 + \Delta r) \frac{\partial P(\Delta r)}{\partial r} = \rho \omega^2 (r_0 + \Delta r)^2 \quad (\text{C-2})$$

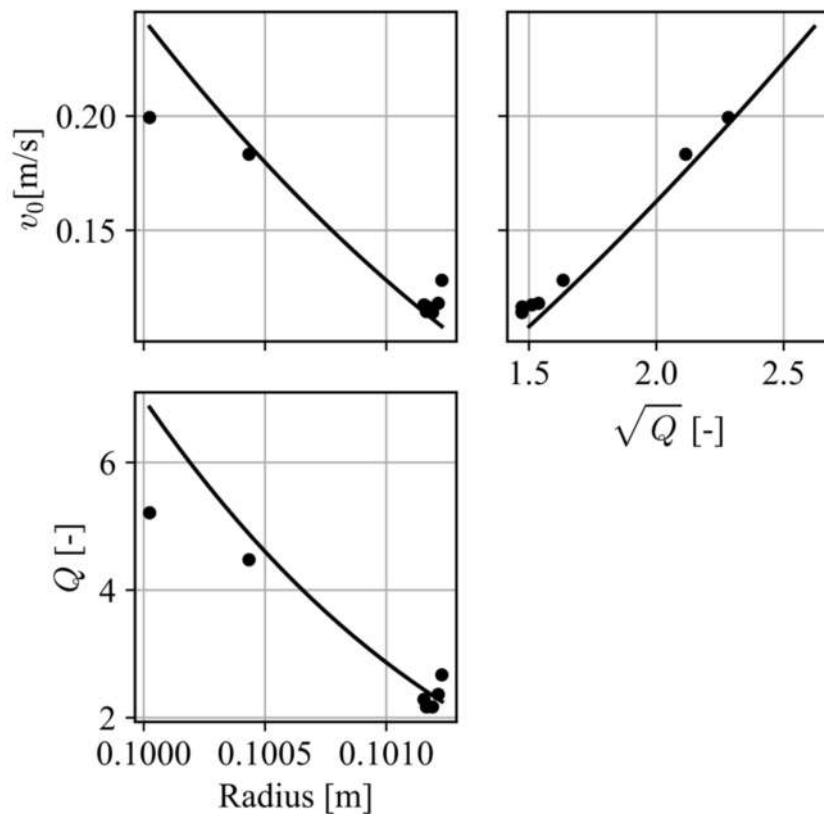
$$P(\Delta r) = \frac{\rho \omega^2}{3} (r_0 + \Delta r)^2 + \frac{C}{r_0 + \Delta r} \quad (\text{C-3})$$



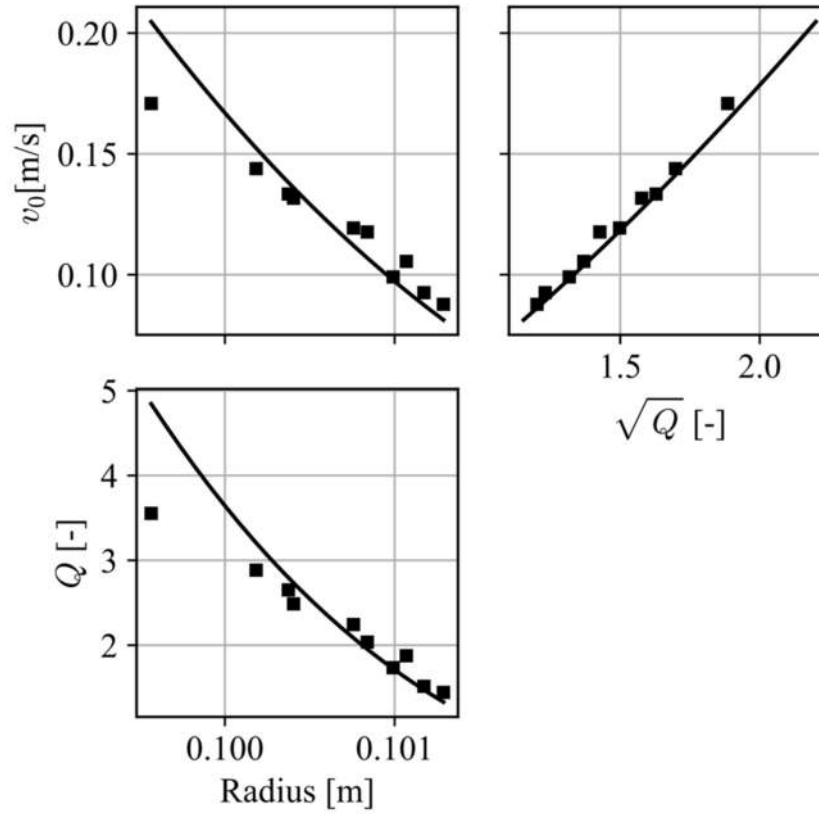
Anhang D – Ergebnisse zu Kapitel 6.5



D-1 Vergleich Messdaten und Modell; SG05 Material. Oben-links: Oberflächengeschwindigkeit über Radius; oben-rechts: Oberflächengeschwindigkeit über Volumenstrom; unten-links: Volumenstrom über Radius. Modellparameter  $\mu_2$  fixiert. Fitparameter nach Tabelle 6-1.



**D-2 Vergleich Messdaten und Modell; SG10 Material. Oben-links: Oberflächengeschwindigkeit über Radius; oben-rechts: Oberflächengeschwindigkeit über Volumenstrom; unten-links: Volumenstrom über Radius. Modellparameter  $\mu_2$  fixiert. Fitparameter nach Tabelle 6-1.**



D-3 Vergleich Messdaten und Modell; CC13 Material. Oben-links: Oberflächengeschwindigkeit über Radius; oben-rechts: Oberflächengeschwindigkeit über Volumenstrom; unten-links: Volumenstrom über Radius. Modellparameter  $\mu_2$  fixiert. Fitparameter nach Tabelle 6-1.

Zentrifugal-Partikelreceiver stellen eine neuartige Komponente für die konzentrierende solare Energiegestehung (CSP) dar. Sie werden in punktfokussierenden CSP-Kraftwerken eingesetzt und gehören - im Gegensatz zu den bereits im Markt befindlichen indirekt absorbierenden Rohrreivern - der Gruppe der direktabsorbierenden Receiver an. Als Wärmeträgermedium wird hierbei Granulat genutzt, wie beispielsweise Bauxit-Proppants. Bauxit als Wärmeträgermedium ermöglicht höhere Prozesswirkungsgrade aufgrund von höheren Anwendungstemperaturen als in aktuell kommerziell eingesetzten, indirekt absorbierenden Systemen.

Gleichzeitig ist Bauxit-Granulat als Wärmespeichermedium einsetzbar, da es besonders kostengünstig ist. Das Potential des Zentrifugal-Partikelreceiver wurde bereits erfolgreich in einem 15kWth Laborreceiver am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. bewiesen. Darauf aufbauend verfolgt diese Arbeit das Ziel, die Strömungsmechanik von fließenden Granulaten zu modellieren.

**Logos Verlag Berlin**

---

**ISBN 978-3-8325-5041-7**